

Le complément à moitié

Contenu: Etude d'une suite de nombre et réalisation d'un algorithme

L'exercice consiste à étudier les nombres obtenus en partant du nombre 1 par une succession d'étapes, de la manière suivante :

- un nombre obtenu à une étape est remplacé à l'étape suivante soit par sa moitié (étape codée M) soit par son complément à 1 (étape codée C)

- 1) Quels sont les nombres obtenus après chacune des successions :
 - a) CMM
 - b) MMMCM
 - c) CCCCCC
- 2) Donner tous les nombres que l'on peut obtenir au bout de trois étapes puis de quatre étapes
- 3) Montrer que tous les nombres obtenus d'un nombre quelconque d'étapes sont dans l'intervalle $[0 ; 1]$
- 4) Proposer une succession d'étapes permettant d'obtenir les nombres suivants :
 - a) $\frac{3}{2^8}$
 - b) $\frac{253}{256}$
 - c) $\frac{2011}{2^{11}}$
- 5) Soient n et N deux entiers naturels tels que N est impair et $N < 2^n$

Ecrire un algorithme permettant d'atteindre le nombre $\frac{N}{2^n}$ en un nombre fini d'étapes.