DS Matrice Terminale Math expert

Exercice 1

On considère la matrice : $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -3 & 1\end{pmatrix}$

1. Déterminer les matrices A^2 et A^3.
2. En déduire l'expression de A^{50}.

Exercice 2

Etablir que chacune des matrices ci-dessous sont inversibles et déterminer l'expression de leurs matrices inverses :

a. $\begin{pmatrix}1 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$

Exercice 3

On considère la matrice : $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

1. a. Calculer la matrice $6\cdot A - A^2$.

   b. En déduire que A est inversible et que sa matrice inverse, notée A^{-1}, peut s'écrire sous la forme :
   $A^{-1}=\alpha\cdot I+\beta\cdot A$,
   où α et β sont deux réels que l'on déterminera.

   c. Etablir que la matrice A^{-1} admet pour expression :
   $$A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & -\frac{1}{5}\\ -\frac{3}{5} & \frac{4}{5}\end{pmatrix}$$

2. Proposer une résolution du système :
$$\begin{cases}4x+y=4\\ 3x+2y=-1\end{cases}$$

Exercice 4

On considère la suite A définie par : $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$

et la suite (u_n) définie par :
$u_0=0$; $u_{n+1}=u_n+2^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Etablir que pour tout entier naturel n non-nul, on a l'égalité :
$$A^n=\begin{pmatrix}1 & 0 & u_n\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2^n\end{pmatrix}$$

Indication : on utilisera : $A^{n+1}=A\cdot A^n$