

DS TS Math expert

Exercice 1

- 1) Déterminer les restes des puissances de 2 modulo 9
- 2) Prouver que $6789^{333} \equiv -1(5)$
- 3) Démontrer que : $6789^{333} + 3456^{79797}$ est divisible par 5

Exercice 2 Soit (E) l'équation : $x^2 - x + 4 \equiv 0(6)$

- 1) Compléter sur le sujet le tableau de congruence suivant :

$x \equiv (6)$	0	1	2	3	4	5
$x^2 \equiv (6)$						
$-x + 4 \equiv (6)$						
$x^2 - x + 4 \equiv (6)$						

- 2) En déduire les solutions de l'équation (E)

Exercice 3 Critère de divisibilité par 7

- 1) Voici deux exemples mettant en jeu une même procédure permettant de déterminer si un entier naturel est divisible par 7 ou non :

574 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 57 & 4 \\ -8 & 4 \times 2 \\ \hline 49 & \end{array}$$

49 est divisible par 7
donc 574 aussi

827 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 82 & 7 \\ -14 & 7 \times 2 \\ \hline 68 & \end{array}$$

68 n'est pas divisible par 7
donc 827 non plus.

A l'aide de cette procédure, dire si les nombres 406 , 895 , 5607 sont divisibles par 7

- 2) Soit n une entier naturel tel que $n = 10a + b$ avec a et b entier naturel

a) Démontrer l'équivalence : $n \equiv 0(7) \Leftrightarrow a - 2b \equiv 0(7)$

b) Enoncé alors un critère de divisibilité par 7

- 3) Démontrer que 45 794 est divisible par 7 à l'aide de ce critère (que l'on peut itérer)