

DS les nombres complexes

Terminale math expert

Vendredi 23 septembre

Exercice 1 (8 points) : On donne les nombres complexes suivants:

$$z_1 = -i(5-4i) - (1+3i)^2, \quad z_2 = (1+i)^5 \quad \text{et} \quad z_3 = \frac{(1+i)^2}{2-4i}$$

- a) Déterminer la forme algébrique de z_1 et z_2
- b) Déterminer la forme algébrique du conjugué de z_3
- c) Déterminer la forme algébrique de $Z = \overline{z_1 - iz_3 + 2iz_2}$

Exercice 2 (6 points) : Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes: (on pourra éventuellement écrire $z = x + iy$)

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $(1+2i)(z-3i) = z+2+3i$ | 2) $\frac{2-3z}{z+i} = -2i+z$ |
| 3) $i\bar{z} + 2(z-5) = 0$ | 4) $2z^2 + 2z + 1 = 0$ |

Exercice 3 (3 points) :

Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe z défini par l'égalité: $z = (x+2i)(1-xi)$

- 1) Déterminer l'écriture algébrique du nombre complexe z .
- 2) Pour quelle(s) valeur(s) de x , z est un nombre réel ?
- 3) Pour quelle(s) valeur(s) de x , z est un nombre imaginaire pur ?

Exercice 4 (3 points) : Soit z un nombre complexe qui n'est pas réel et u un complexe différent de 1

$$\text{On pose : } Z = \frac{z - u\bar{z}}{1 - u}$$

- 1) Donner la forme de \bar{Z}
- 2) Démontrer que Z est réel si et seulement si $u\bar{u} = 1$

Remarque : pour tout l'exercice, il n'est pas conseillé d'écrire z et u sous forme algébrique