

DS Terminale math expert

Exercice 1 : Les questions sont indépendantes

1) Déterminer l'entier n dans chacun des cas suivants :

a) $6000 \equiv n [19]$ et $38 \leq n < 57$

b) $-2013 \equiv n [74]$ et $0 \leq n < 74$

2) a) Démontrer que, pour tout entier naturel k , on a : $2^{3^k} \equiv 1 (7)$

b) Quel est le reste dans la division euclidienne de 16^{2009} par 7 ?

c) Quel est le reste dans la division euclidienne par 17 de $16^{2n+1} + 18^n$, n étant un entier naturel.

3) x est un entier naturel non nul. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse :

$$\text{si } x^3 \equiv 0 (9) \text{ alors } x \equiv (3)$$

4) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ est divisible par 7

Exercice 2 :

On considère l'équation $(F) : 11x^2 - 7y^2 = 5$, où x et y sont des entiers relatifs.

1) Démontrer que si le couple $(x ; y)$ est solution de (F) , alors $x^2 \equiv 2y^2 \pmod{5}$.

2) Soient x et y des entiers relatifs. Recopier et compléter (sans justification) les deux tableaux suivants :

Modulo 5, x est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, x^2 est congru à					

Modulo 5, y est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, $2y^2$ est congru à					

Quelles sont les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de x^2 et de $2y^2$ par 5 ?

3) En déduire que si le couple $(x ; y)$ est solution de (F) , alors x et y sont des multiples de 5.

4) Démontrer que si x et y sont des multiples de 5, alors le couple $(x ; y)$ n'est pas solution de (F) . Que peut-on en déduire pour l'équation (F) ?

Exercice 3 :

Le phare des baleines

2 points

A la pointe ouest de l'île de Ré, se situe le grand phare des baleines. L'escalier qui mène au sommet a un nombre de marches compris entre 246 et 260.

Ted et Laure sont deux sportifs. Laure qui est plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin il lui reste 1 marche. Ted, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin il lui reste 2 marches.

Combien l'escalier compte-t-il de marches ? On expliquera clairement la méthode utilisée.

