

## DS Terminale math expert

**Exercice 1 :** Les questions sont indépendantes

1) Déterminer l'entier  $n$  dans chacun des cas suivants :

a)  $6000 \equiv n [19]$  et  $38 \leq n < 57$

b)  $-2013 \equiv n [74]$  et  $0 \leq n < 74$

2) a) Démontrer que, pour tout entier naturel  $k$ , on a :  $2^{3^k} \equiv 1 (7)$

b) Quel est le reste dans la division euclidienne de  $16^{2009}$  par 7 ?

c) Quel est le reste dans la division euclidienne par 17 de  $16^{2n+1} + 18^n$ ,  $n$  étant un entier naturel.

3)  $x$  est un entier naturel non nul. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse :

$$\text{si } x^3 \equiv 0 (9) \text{ alors } x \equiv (3)$$

4) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $2^{n+2} + 3^{2n+1}$  est divisible par 7

**Exercice 2 :**

On considère l'équation  $(F) : 11x^2 - 7y^2 = 5$ , où  $x$  et  $y$  sont des entiers relatifs.

1) Démontrer que si le couple  $(x ; y)$  est solution de  $(F)$ , alors  $x^2 \equiv 2y^2 \pmod{5}$ .

2) Soient  $x$  et  $y$  des entiers relatifs. Recopier et compléter (sans justification) les deux tableaux suivants :

Modulo 5, $x$ est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, $x^2$ est congru à					

Modulo 5, $y$ est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, $2y^2$ est congru à					

Quelles sont les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de  $x^2$  et de  $2y^2$  par 5 ?

3) En déduire que si le couple  $(x ; y)$  est solution de  $(F)$ , alors  $x$  et  $y$  sont des multiples de 5.

4) Démontrer que si  $x$  et  $y$  sont des multiples de 5, alors le couple  $(x ; y)$  n'est pas solution de  $(F)$ . Que peut-on en déduire pour l'équation  $(F)$  ?

**Exercice 3 :**

### **Le phare des baleines**

**2 points**

A la pointe ouest de l'île de Ré, se situe le grand phare des baleines. L'escalier qui mène au sommet a un nombre de marches compris entre 246 et 260.

Ted et Laure sont deux sportifs. Laure qui est plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin il lui reste 1 marche. Ted, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin il lui reste 2 marches.

Combien l'escalier compte-t-il de marches ? On expliquera clairement la méthode utilisée.

