

Interrogation Math expert

Jeudi 25 novembre 2021

1 heure

Toute trace de recherche sera valorisé

1) Déterminer tous les diviseurs de 630 . Combien y en a-t-il ?

Il y en a 24 si on ne prend que les positifs ou 48 sinon

2) Déterminer les couples d'entiers naturels $(x; y)$ vérifiant : $x^2 - xy = 6$

$x(x - y) = 6$ donc x et $x - y$ sont des diviseurs associés de 6 donc 1, 6 ou 2, 3 de plus x et y étant positifs, $x - y < x$

$$\begin{cases} x=6 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x=3 \\ x-y=2 \end{cases} \text{ ce qui donne } \begin{cases} x=6 \\ y=5 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

3) a) Montrer que si un entier naturel d divise $12n+7$ et $3n+1$ alors d divise 3

d divise donc toutes combinaisons linéaires de $12n+7$ et $3n+1$

par exemple d divise $(12n+7) - 4(3n+1) = 12n+7 - 12n-4 = 3$

b) En déduire que la fraction $\frac{12n+7}{3n+1}$ est irréductible

un diviseur commun d à $12n+7$ et $3n+1$ divise 3 donc $d = 1$ ou 3 Or $3n+1$ n'est pas divisible par 3 (car ne s'écrit pas $3K$) donc $d = 1$ d'où la fraction irréductible

4) On considère l'égalité : $23 \times 51 + 35 = 1208$

Quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité permet-elle d'écrire ?

A priori deux divisions sauf si le reste est supérieur au diviseur et ici comme $35 > 23$ on n'a qu'une seule division : 1208 divisé par 51, le quotient est 23 et le reste 35

5) On divise un entier naturel n par 152 puis par 147. Les quotients sont égaux et les restes respectifs sont 13 et 98 . Déterminer n

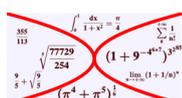
$$n = 152 \times q + 13 = 147 \times q + 98 \quad \text{donc } 152q - 147q = 98 - 13 \quad \text{cad } 5q = 85 \quad \text{et } q = 17 \quad \text{d'où}$$
$$n = 152 \times 17 + 13 = 2597$$

6) La différence de deux entiers naturels est égale à 399 .

Lorsqu'on divise l'un par l'autre, le quotient est 15 et le reste est 21 .

Quels sont ces entiers ?

$$\begin{cases} a - b = 399 \\ a = 15b + 21 \end{cases} \text{ d'où } 15b + 21 - b = 399 \quad \text{cad } b = 27 \quad \text{d'où } a = 399 + 27 = 426$$



7) Nous sommes le Jeudi 25 novembre 2021 .

a) Quel jour serons-nous dans 45 jours ?

45 = 7×6+3 il faut donc compter 6 semaines pleines plus 3 jours donc on sera un dimanche

b) Quel jour serons nous le 1^{er} Janvier 2030 ?

Du 1^{er} janvier 2022 au 31 décembre 2029 il y a 8 années avec 2 années bissextiles donc $8 \times 365 + 2 = 2922$ jours

Du 25 novembre 2021 au 31 décembre 2021 , il y a $31 + 5 = 36$ jours

Donc au total il y a $2922 + 36 = 2958$ jours = $422 \times 7 + 4$ donc 422 semaines pleines plus 4 jours donc un lundi 31 décembre 2029 et mardi 1^{er} Janvier 2030

8) Soit $b \in \mathbb{N}^*$. En divisant 250 par b, le reste est 7. En divisant 500 par b, le reste est 5 . Que vaut b ?

le reste est toujours strictement inférieur au diviseur on a donc $b > 7$

$$\begin{cases} 250 = b \times q + 7 \\ 500 = b \times q' + 5 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} 500 = b \times 2q + 14 \\ 500 = b \times q' + 5 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad b \times (q' - 2q) = 9$$

b est donc un diviseur positif de 9 cad $b \in \{ 1 ; 3 ; 9 \}$ or $b > 7$ donc $b = 9$

