

## DS Mathématiques Expertes Terminale

le Jeudi 14 octobre. 1 heure

### Exercice 1 7 points

Les 2 questions de cet exercice sont indépendantes

1) On considère le polynôme  $P$  défini par  $P(z) = z^3 - 3z^2 - 3z - 4$ .

- a) Vérifier que 4 est une racine de  $P$
- b) En déduire une factorisation de  $P$
- c) Déterminer toutes les racines de  $P$

2) Factoriser  $z^3 - 1000$

### Exercice 2 6 points

Cet exercice est un QCM. Entourer sur le sujet la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question 1 : Soit  $z \in \mathbb{C}$ . La forme factorisée de  $2z^2 + 8z + 10$  est :

- a)  $2(z - 2 + i)(z + 2 - i)$
- b)  $2(z + 2 + i)(z - 2 - i)$
- c)  $2(z + 2 + i)(z + 2 - i)$
- d)  $(z + 2 + i)(z + 2 - i)$

Question 2 : Soit  $z \in \mathbb{C}$ . Les solutions de l'équation  $-2z^4 - 6z^2 + 8 = 0$  sont :

- a)  $\{-4; 1\}$
- b)  $\{2i; 1\}$
- c)  $\{-2i; 2i\}$
- d)  $\{-2i; 2i; -1; 1\}$

Question 3 : Soit  $z \in \mathbb{C}$ . L'équation  $(z - 3i)(z^2 - 2z + 3) = 0$  admet :

- a) une unique racine imaginaire pure et deux racines réelles
- b) 3 racines imaginaires pures
- c) 2 racines imaginaires pures et une racine réelle
- d) 3 racines complexes

Question 4 : Soit  $z \in \mathbb{C}$  et  $a$  un nombre complexe. Soit  $n$  un entier naturel .

On peut alors affirmer que la forme factorisée de  $z^n - a^n$  est égal à :

- a)  $(z - a)(z^{n-1} - az^{n-2} + a^2z^{n-3} + \dots + a^{n-2}z - a^{n-1})$
- b)  $(z + a)(z^{n-1} + az^{n-2} + a^2z^{n-3} + \dots + a^{n-2}z + a^{n-1})$
- c)  $(z - a)(z^{n-1} + az^{n-2} + a^2z^{n-3} + \dots + a^{n-2}z + a^n)$
- d)  $(z - a)(z^{n-1} + az^{n-2} + a^2z^{n-3} + \dots + a^{n-2}z + a^{n-1})$

### Exercice 3 7 points

Le but de l'exercice est de résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 + (2 - 2i)z^2 + (4 - 4i)z - 8i = 0$  (E)

1) Démontrer que si (E) admet une racine imaginaire pure  $iy$  alors  $y$  est nécessairement solution de l'équation  $-2y^2 + 4y = 0$

2) En déduire une solution de l'équation (E) puis une factorisation de

$$z^3 + (2 - 2i)z^2 + (4 - 4i)z - 8i$$

3) Résoudre alors l'équation (E)