

# DS Math expert

le Jeudi 22 septembre

1 heure

La calculatrice est autorisée mais on n'oubliera pas de justifier les calculs

**Exercice 1** \_\_\_\_\_ 5 points

Ecrire les complexes suivants sous forme algébrique :

$$1) z = (1 - 3i)^2(-8 + 6i) \quad 2) z = \frac{2-5i}{3+i} \quad 3) z = \overline{\left(\frac{i(2-i)^2}{-3+i}\right)}$$

**Exercice 2** \_\_\_\_\_ 5 points

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

$$1) -2iz = 3z + 1 \quad 2) \frac{z-i}{z-(2-i)} = 3i \quad 3) z + 3 + i = 2\bar{z} + 7 + 3i$$

**Exercice 3** \_\_\_\_\_ 5 points

Indiquer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse :

- 1) Si  $z$  est un nombre complexe non nul,  $\frac{z^2 - \bar{z}^2}{z\bar{z} + 3}$  est imaginaire pur
- 2)  $1+i$  est solution de l'équation  $z^2 + (1-i)z - 2 - 2i = 0$
- 3) Le nombre  $(1+i)^{17} + (1-i)^{17}$  est un nombre réel

**Exercice 4** \_\_\_\_\_ 5 points

On considère la fonction  $f$  qui à tout nombre complexe  $z$  associe  $f(z) = 2z^2 - 3iz$

- 1) Calculer l'image par  $f$  de  $-1 + i\sqrt{3}$
- 2) En posant  $z=x+iy$ , trouver la partie réelle et la partie imaginaire de  $f(z)$
- 3) En déduire les nombres complexes  $z$  pour lesquels  $f(z)$  est réel

# DS Math expert

le Jeudi 22 septembre

1 heure

La calculatrice est autorisée mais on n'oubliera pas de justifier les calculs

**Exercice 1** \_\_\_\_\_ 5 points

Ecrire les complexes suivants sous forme algébrique :

$$1) z = (1 - 3i)^2(-8 + 6i) \quad 2) z = \frac{2-5i}{3+i} \quad 3) z = \overline{\left(\frac{i(2-i)^2}{-3+i}\right)}$$

**Exercice 2** \_\_\_\_\_ 5 points

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

$$1) -2iz = 3z + 1 \quad 2) \frac{z-i}{z-(2-i)} = 3i \quad 3) z + 3 + i = 2\bar{z} + 7 + 3i$$

**Exercice 3** \_\_\_\_\_ 5 points

Indiquer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse :

- 1) Si  $z$  est un nombre complexe non nul,  $\frac{z^2 - \bar{z}^2}{z\bar{z} + 3}$  est imaginaire pur
- 2)  $1+i$  est solution de l'équation  $z^2 + (1-i)z - 2 - 2i = 0$
- 3) Le nombre  $(1+i)^{17} + (1-i)^{17}$  est un nombre réel

**Exercice 4** \_\_\_\_\_ 5 points

On considère la fonction  $f$  qui à tout nombre complexe  $z$  associe  $f(z) = 2z^2 - 3iz$

- 1) Calculer l'image par  $f$  de  $-1 + i\sqrt{3}$
- 2) En posant  $z=x+iy$ , trouver la partie réelle et la partie imaginaire de  $f(z)$
- 3) En déduire les nombres complexes  $z$  pour lesquels  $f(z)$  est réel