

DM Math expertes

Exercice 1:

Soit P le polynôme à coefficients réels défini sur C par $P(u) = u^4 - 1$

- 1) Factoriser P en produit de facteurs du premier degré à coefficient complexe
- 2) En déduire les solutions dans C de l'équation $P(u) = 0$
- 3) On considère l'équation (E) : $\left(\frac{1-2z}{z-2}\right)^4 = 1$

Résoudre cette équation en utilisant la première question

Exercice 2:

On considère l'équation à coefficients complexes : (E) : $2z^2 - (6i+14)z + 8+56i = 0$

- 1) Démontrer que l'équation (E) admet un unique nombre imaginaire pur comme solution et le déterminer.
- 2) L'équation (E) admet-elle comme solution un nombre réel ? Justifier
- 3) Résoudre (E) dans C .

Exercice 3 :

A tout nombre complexe z on associe le nombre complexe z' définie par $z' = \frac{2i - z^2}{z \times \bar{z} + 1}$

- 1) Justifier que z' est définie pour tout $z \in \mathbb{C}$.
- 2) Existe-t-il des valeurs de z telle que z' soit égale à 1 ?
- 3) a) Démontrer que z' est réel si et seulement si $(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4i$
- b) Déterminer les nombres complexes z tels que z' soit un réel
- c) Déterminer les nombres complexes z tels que z' soit un imaginaire pur