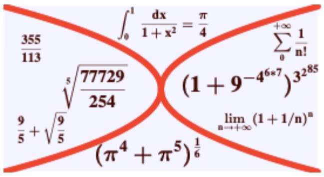

DS Maths expertes **Jeudi 8 octobre 2020**

Exercice 1 : On pose a = 3k + 2 et b = $5k-7$ avec k ∈ $\mathbb{Z}$.

1) Montrer que si un entier d divise a et b alors d divise 31

2) Quels sont les diviseurs communs positifs possibles à a et b ?

Exercice 2 : Soients k un entier relatif et A = $(2k+1)^2-1$

1) Factoriser A

2) Montrer que A est divisible par 8 pour tout entier relatif k

Exercice 3 :

1) Soient n ≥ 2 et les entiers relatifs a , b , c et d tels que : a ≡ b (n) et c ≡ d (n)

Montrer que : a + c ≡ b + d (n)

2) a) Montrer que 3^3 ≡ -1 (7)

b) En déduire que $1515^{2004}-1$ est divisible par 7 et que le reste de la division euclidienne de 3^{2018} par 7 est 2

Exercice 3 : Soit l'équation (E) : $x^2-x+4 \equiv 0$ (6)

1) Recopier puis remplir le tableau de congruence suivant :

x ≡ (6)	0	1	2	3	4	5
$x^2 \equiv$ (6)						
$-x+4 \equiv$ (6)						
$x^2-x+4 \equiv$ (6)						

2) Résoudre alors l'équation (E)

Exercice 4 : Critère de divisibilité par 7

Cet exercice a pour objectif d'utiliser et de démontrer un critère de divisibilité par 7

1) Donner tous les nombres entiers naturels à un et deux chiffres divisibles par 7

2) Voici deux exemples mettant en jeu une même procédure permettant de déterminer si un nombre entier naturel est divisible par 7 ou non :

574 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 57 & 4 \\ -8 & 4\times 2 \\ 49 & \end{array}$$

49 est divisible par 7
donc 574 aussi

827 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 82 & 7 \\ -\ 14 & 7\times 2 \\ 68 & \end{array}$$

68 n'est pas divisible par 7
donc 827 non plus.

A l'aide de cette procédure, dire si les nombres 406 , 895 , 5607 sont divisibles par 7

3) Enoncer un critère simple de divisibilité par 7 lié à cette procédure

4) **Démonstration :** Soit n un entier naturel tel que : n = $10a+b$ avec a et b entier naturel

Démontrer l'équivalence : n ≡ 0 (7) ⇔ $a-2b \equiv 0$ (7)

On procédera par double implication et on rappelle que -6 ≡ 1 (7)