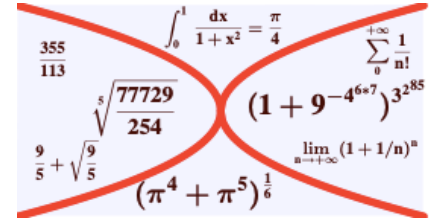


## DM Spe math Terminale



### Exercice 1 : Coloration d'un graphe

#### Partie A

Colorier un graphe c'est affecter une couleur à chaque sommet de sorte que deux sommets adjacents ne portent pas la même couleur .

Le nombre chromatique, noté  $\gamma$  , est le plus petit nombre de couleurs nécessaires pour colorier un graphe. Considérons un graphe  $G$ .

Un sous graphe de  $G$  est un graphe  $G'$  composé de certains sommets de  $G$  et de toutes les arêtes reliant ces sommets .

Notons  $m$  l'ordre du plus grand des sous graphes complets de  $G$  et  $\Delta$  le plus grand degré des sommets de  $G$  . Alors  $m \leq \gamma \leq \Delta + 1$

Prouver cette égalité.

#### Partie B : Algorithme de Welsh Powell

Pour colorier un graphe, on utilise l'algorithme suivant :

**Etape 1 :** Lister les sommets par ordre de degré décroissant

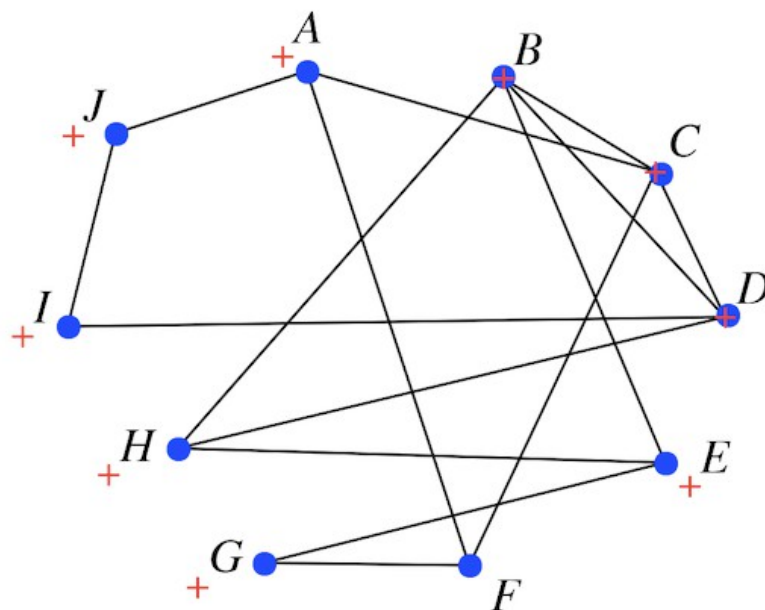
**Etape 2 :** Attribuer une couleur  $C_1$  au premier sommet de la liste .

**Etape 3 :** Attribuer cette même couleur à tous les sommets qui ne sont pas adjacents avec le premier sommet de la liste et qui ne sont pas adjacents entre eux.

**Etape 4 :** Répéter les étapes 2 et 3 tant que tous les sommets ne sont pas coloriés

Colorier le graphe ci-dessous à l'aide de cet algorithme

(ne pas faire attention aux croix rouges, je n'ai pas su les enlever)



### Partie C : Application

Camille est éducatrice de chiens : elle donne des leçons de dressage le samedi après midi.

Neuf chiots sont présent : Aéro , Banjo, Carrousel, Dirka, Erald, Farore, Gipsy, Hyacinthe et Igor

Camille souhaite réaliser des exercices d'apprentissage par petits groupes de deux ou trois chiens.

Farore ne pense qu'à jouer si elle est trop proche de Banjo , Carrousel ou Erald

De même, Dirka est très distraite si Banjo ou Farore sont à proximité

Igor ne supporte pas le caractère trop fougueux de Gipsy

Enfin, le turbulent Aéro ne supporte la présence d'aucun autre chiot sauf Erald et Hyacinthe

- 1) Représenter cette situation à l'aide d'un graphe  $G$  dont les sommets sont les noms des chiots et relier entre eux les chiots que l'on ne peut pas mettre ensemble pour ce travail de groupe
- 2) Le graphe  $G$  est-il connexe ? Justifier
- 3) a) Déterminer un sous graphe complet d'ordre maximal du graphe  $G$   
b) Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique du graphe  $G$  ?
- 4) Peut-on proposer une répartition de chiots en groupe de deux ou trois chiots pouvant travailler ensemble ?

**Exercice 2 :** Pour cet exercice, vous devez aller voir la fin du cours sur la matrice d'adjacence d'un graphe

On a représenté une partie du métro londonien par le graphe ci-dessous (un sommet par station)

B : Bond Street

E : Embankment

G : Green Park

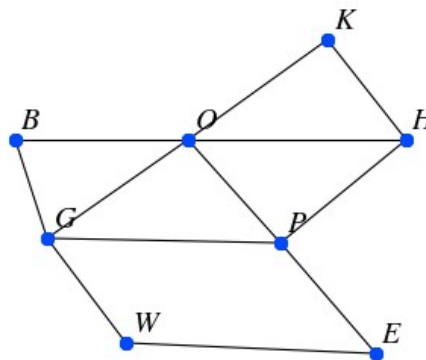
H : Holborn

K : King's cross St Pancras

O : Oxford Circus

P : Piccadilly Circus

W : Westminster



- 1) Déterminer le nombre de trajets possibles pour se rendre de Westminster à King's Cross en passant par trois stations ( sans compter celle de départ et celle d'arrivée )
- 2) Déterminer le nombre de trajets possibles pour se rendre de Bond Street à Embankment en passant par quatre stations ( sans compter celle de départ et celle d'arrivée )