

DM TS math expert

Exercice 1 :

On appelle suite de Fibonacci la suite (u_n) définie par $u_0=0$, $u_1=1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$

- 1) a) Calculer les dix premiers termes de la suite (u_n)
b) Faire une conjecture sur le PGCD de u_n et u_{n+1} pour tout entier naturel n .
- 2) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul, par $v_n=u_n^2-u_{n+1}\times u_{n-1}$
 - a) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n non nul, $u_n^2-u_{n+1}\times u_{n-1}=(-1)^n$
 - c) Démontrer alors la conjecture émise en 1) b)

Exercice 2 : Le problème des cents volailles

Nous sommes au Vème siècle en Chine : « un coq vaut cinq pièces, une poule vaut trois pièces et trois poussins valent une pièce. Avec cent pièces, on achète cent volailles.

Combien y a-t-il de coqs, de poules et de poussins »

- 1) Soient x le nombre de coqs, y le nombre de poules et z le nombre de poussins.
Montrer que $14x+8y=200$
- 2) a) Déterminer une solution particulière $(x_0; y_0)$ à cette équation .
b) Démontrer que $7(x-x_0)=4(y_0-y)$
c) En déduire x , y et z en fonction de x_0 et y_0
d) Déterminer alors l'ensemble des triplets solutions . On justifiera la réponse

Exercice 3 : Soit n un entier naturel. On pose $a = n^3+3n^2-5$ et $b = n+2$.
Déterminer le PGCD de a et de b