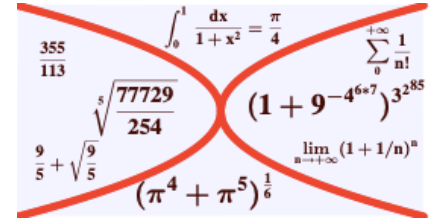


## DM Math expertes



**Exercice 1 :** Les questions sont indépendantes

1) On considère l'équation à coefficients complexes :

$$(E) : 2z^2 - (1+6i)z + 3i = 0$$

- Démontrer que l'équation (E) admet un unique nombre imaginaire pur comme solution et le déterminer
  - L'équation (E) admet-elle comme solution un nombre réel ? Justifier
- 2) Déterminer pour quelle valeur de  $x$ , le nombre complexe  $(x-2i)^4$  est réel.
- 3) Résoudre l'équation  $z^2 + 2\bar{z} + 1 = 0$

**Exercice 2 :**

1) On considère le polynôme  $P$  défini sur  $\mathbf{C}$  par :  $P(u) = u^4 - 1$

- Factoriser le polynôme  $P$  dans  $\mathbf{C}$  en produit de facteurs du premier degré à coefficients complexes
- En déduire les solutions dans  $\mathbf{C}$  de l'équation  $P(u) = 0$

2) On considère l'équation (E) :  $\left(\frac{1-2z}{z-2}\right)^4 = 1$

Résoudre cette équation dans  $\mathbf{C}$ .

**Exercice 3 :**

1) a) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $2021^{2021}$  par 9

b) On pose  $A = 2021^{2021}$

Démontrer que  $A$  s'écrit en numération décimale avec au plus 8084 chiffres