



n°2 p 84

1) $z^2 + 1 = 0$ donc $z^2 = -1 = i^2$ donc $z = \pm i$

2) $z^2 - 4z + 8 = 0$

$\Delta = 16 - 32 = -16 < 0$ donc deux solutions dans \mathbb{C} .

$\Delta = 16i^2$

$z_1 = \frac{4 - 4i}{2}$

$z_1 = 2 - 2i$ et $z_2 = \overline{z_1} = 2 + 2i$

3) $2z^2 + 3z - 5 = 0$

$\Delta = 49 > 0$ donc deux solutions dans \mathbb{R} .

$z_1 = 1$ et $z_2 = -\frac{5}{2}$

4) $-z^2 + 2z - 3 = 0$

$\Delta = -8 < 0$ donc deux solutions complexes conjuguées

$\Delta = 8i^2$

$z_1 = \frac{-2 - i\sqrt{8}}{-2} = 1 + i\sqrt{2}$ et $z_2 = \overline{z_1} = 1 - i\sqrt{2}$

n°11 p84

1) $\frac{1}{z} + 2z = 0$ Equation définie pour $z \neq 0$

$1 + 2z^2 = 0$

$z^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}i^2$

$z = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}i = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

2) $\frac{z}{3} = \frac{-5}{1+z}$ Equation définie pour $z \neq -1$

$z(1+z) = -15$

$z^2 + z + 15 = 0$

$\Delta = -59 < 0$ donc deux solutions complexes conjuguées

$z_1 = \frac{-1 - i\sqrt{59}}{2}$ et $z_2 = \overline{z_1} = \frac{-1 + i\sqrt{59}}{2}$

3) $\frac{z+1}{z-2} = i$ Equation définie pour $z \neq 2$

$z+1 = i(z-2)$

$z(1-i) = -1-2i$

$z = \frac{-1-2i}{1-i} = \dots = \frac{1-3i}{2}$

4) $\frac{z}{z-1} = \frac{1}{z}$ Equation définie pour $z \neq 0$ et $z \neq 1$

$$z^2 = z - 1$$

$$z^2 - z + 1 = 0$$

$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ donc deux solutions dans \mathbb{C} .

$$z_1 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \text{ et } z_2 = \overline{z_1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$$

n°12 p84

1) $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$

$Z = z^2$ l'équation devient

$$Z^2 - 2Z - 8 = 0$$

$\Delta = 36 > 0$ donc deux solutions dans \mathbb{R} :

$$Z_1 = -2 \text{ et } Z_2 = 4$$

d'où on résout $z^2 = -2 = 2i^2$ et $z^2 = 4$

$$z = \pm\sqrt{2}i \text{ et } z = \pm 2$$

2) $\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} + 2 = 0$

$Z = \frac{1}{z}$ l'équation devient : $Z^2 + Z + 2 = 0$

$\Delta = -7 < 0$ donc deux solutions dans \mathbb{C} :

$$Z_1 = \frac{-1 + i\sqrt{7}}{2} \text{ et } Z_2 = \overline{Z_1} = \frac{-1 - i\sqrt{7}}{2}$$

On résout donc $\frac{1}{z} = \frac{-1 + i\sqrt{7}}{2}$ et $\frac{1}{z} = \frac{-1 - i\sqrt{7}}{2}$

$$z = \frac{2}{-1 + i\sqrt{7}} \text{ et } z = \frac{2}{-1 - i\sqrt{7}}$$

...

$$z = \frac{-1 - i\sqrt{7}}{4} \text{ et } z = \frac{-1 + i\sqrt{7}}{4}$$

3) $3z^3 - 2z^2 + z = 0$

$$z(3z^2 - 2z + 1) = 0$$

$$z = 0 \text{ ou } 3z^2 - 2z + 1 = 0$$

$\Delta = -8 < 0$ donc deux solutions dans \mathbb{C} :

$$z_1 = \frac{2 - i\sqrt{8}}{6}$$

$$z_1 = \frac{1 - i\sqrt{2}}{3} \text{ et } z_2 = \overline{z_1} = \frac{1 + i\sqrt{2}}{3}$$