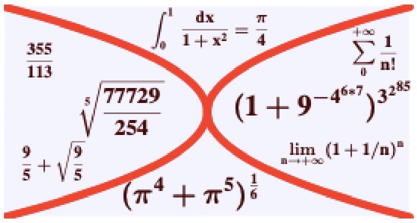

<u>Situation 4 p9</u>

<u>Découverte du binôme de Newton</u>

1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b)$$
$$= a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3$$
$$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a+b)^4 = (a+b)^2(a+b)^2 = (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2)$$
$$= a^4+2a^3b+a^2b^2+2a^3b+4a^2b^2+2ab^3+a^2b^2+2ab^3+b^4$$
$$= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

2) $\left|\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right| = 1$ $\binom{2}{1} = 2$ $\binom{2}{2} = 1$ $(a+b)^2 = \binom{2}{0} a^2 + \binom{2}{1} ab + \binom{2}{2} b^2$

3) $\binom{3}{0} = 1$ $\binom{3}{1} = 3$ $\binom{3}{2} = 3$ $\binom{3}{3} = 1$ $(a+b)^3 = \binom{3}{0} a^3 + \binom{3}{1} a^2b + \binom{3}{2} ab^2 + \binom{3}{3} b^3$

4) $\binom{4}{0} = 1$ $\binom{4}{1} = 4$ $\binom{4}{2} = 6$ $\binom{4}{3} = 4$ $\binom{4}{4} = 1$ $(a+b)^4 = \binom{4}{0} a^4 + \binom{4}{1} a^3b + \binom{4}{2} a^2b^2 + \binom{4}{3} ab^3$

$+ \binom{4}{4} b^4$

5) $(1+i)^5 + 5\ a^4b^1 + 10\ a^3b^2 + 10\ a^2b^3 + 5\ a^1b^4 + b^5$

n°54 p 21

$$(1+i)^5 = 1^5 + 5 * 1^4 i^1 + 10 * 1^3 i^2 + 10 * 1^2 i^3 + 5 * 1^1 i^4 + i^5$$
$$= 1 + 5i - 10 - 10i + 5 + i$$
$$= -4 - 4i$$

$(1+2i)^4 = 1^4 + 4 * 1^3(2i)^1 + 6 * 1^2(2i)^2 + 4 *$ 1^1(2i)^3 + (2i)^4

$$= 1 + 8i - 12 - 32i + 16$$
$$= 5 - 24i$$

$$(2+i)^4 = 2^4 + 4 * 2^3 i^1 + 6 * 2^2 i^2 + 4 * 2^1 i^3 + i^4$$
$$= 16+32i-24-8i+1$$
$$= -7+24i$$

n°55 p21

1) Dans le développement de $(x+y)^{10}$,on ne trouve pas x^2y^6 car la somme des puissances n'est pas 10

2) le terme x^3y^7 existe dans ce développement son coefficient est $\binom{10}{7} =$

n°56 p21

1) a) Les termes de la liste L représentent les coefficients du développement de (1+x)^4

b) $S = a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + b^4$

c) $S = 1 + 4i + 6i^2 + 4i^3 + i^4 = 1 + 4i - 6 - 4i + 1 = -4$

2) $(3+5j)^4 = -644 + 960j$ avec $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

n°57 p21

1) $(1+z)^n = 1 + \binom{n}{1} z + \binom{n}{2} z^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} z^{n-1} + z^n$

2) pour $z=1$, on a donc $S_1 = (1+1)^n = 2^n = 1 + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots$

pour $z=-1$, on a donc $S_2 = (1-1)^n = 0 = 1 - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots$

pour z = i , on a donc ({1}+ i)^n = 1+ $\binom{n}{1}$ i + $\binom{n}{2}$ i^2 + $\binom{n}{3}$ i^3 + $\binom{n}{3}$ i^4 +...

donc S_3 est la partie réelle de $(1+i)^n$

$S_4 = \binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \ldots$ partie imaginaire de $(1-i)^n$

n° 58 p21

1) On recopie la formule du cours en remplaçant b par $-b$ et on obtient :

$$(a-b)^n = 1 + \binom{n}{1} a^{n-1}(-b)^1 + \binom{n}{2} a^{n-2}(-b)^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} a^1(-b)^{n-1} + (-b)^n$$

2) En prenant a = 1 et b = -1 on obtient donc $0 = 1 - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \ldots$

3) a^3b^7 a pour coefficient dans $\binom{-10}{7}$