

L'objectif de cette activité est de répondre à la question suivante :

Question : Trouver tous les nombres premiers p tel que $A = 2^p + p^2$ soit lui même premier

- 1) Définir un nombre premier
- 2) Utiliser le tableau suivant afin d'obtenir les nombres premiers inférieurs à 100 .

On parle du crible d'Eratosthène

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	178	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- 3) Retour à la question
 - a) Compléter le tableau suivant :

P									
A									

Emettre une conjecture sur A dès que $p \geq 5$

- b) En remarquant que $2 \equiv -1 \pmod{3}$, établir que $A \equiv -1 + p^2 \pmod{3}$
 - c) En raisonnant alors par disjonction de cas sur les restes de p modulo 3, démontrer votre conjecture .
- 4) a) Test de primalité : Ecrire un algorithme de reconnaissance d'un nombre premier
 - b) **Pour aller plus loin**
Démontrer que si p est un nombre premier alors il s'écrit $6k+1$ ou $6k-1$
 - c) En déduire une amélioration de votre algorithme en expliquant pourquoi il y a amélioration