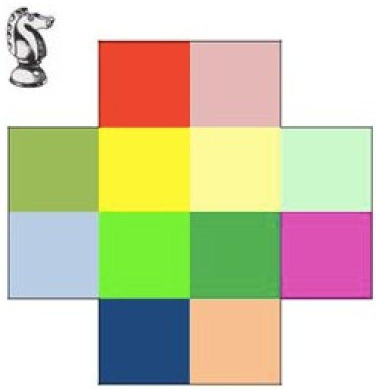
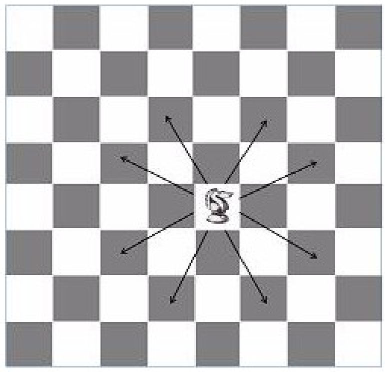
# <u>Déplacement sur un graphe</u>

## <u>Le problème du cavalier</u>

Un cavalier de jeu d'échecs est placé sur la case rouge de ce quadrillage de 12 cases (Dessin 1). Est-il possible au cavalier de revenir à sa case initiale après être passé une fois et une seule sur chacune des 11 autres cases du quadrillage ? Si oui, de combien de manières peut-il le faire ?
*Pour info, le dessin 2 donne les possibilités de déplacements du cavalier*


Dessin 1


Dessin 2

## <u>Problème 2 :</u> Radio Breizh

Radio Breizh a le projet d'installer une station de radio dans chacune des sept villes bretonnes suivantes : Rennes – Brest – St Brieuc – Quimper – Vannes – Morlaix – Concarneau.

Mais deux stations interfèrent dès lors qu'elles sont distantes de moins de 100 kilomètres à vol d'oiseau. Combien de longueurs d'onde différentes, au minimum, Radio Breizh devra-t-elle prévoir pour éviter toute interférence entre les sept stations ? Ci-dessous le tableau des distances en km à vol d'oiseau entre les sept villes bretonnes.

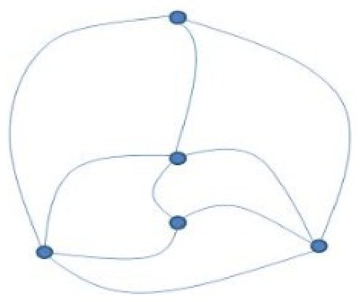
| | Rennes | Brest | St Brieuc | Quimper | Vannes | Morlaix | Concarneau |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rennes | 0 | 210 | 95 | 180 | 92 | 168 | 167 |
| Brest | | 0 | 126 | 53 | 152 | 52 | 73 |
| St Brieuc | | | 0 | 113 | 94 | 78 | 111 |
| Quimper | | | | 0 | 107 | 68 | 20 |
| Vannes | | | | | 0 | 130 | 90 |
| Morlaix | | | | | | 0 | 80 |
| Concarneau | | | | | | | 0 |

**<u>Problème 3 :</u> Graphe d'Euler ou pas ?**

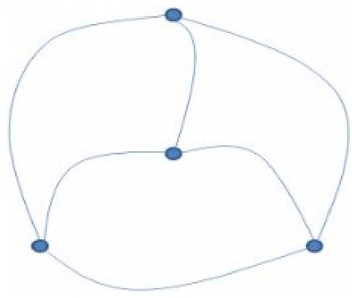
Le professeur Euler s'adresse à ses élèves en parlant des graphes d'Euler. Si ces graphes portent son nom, c'est grâce à son fameux ancêtre Leonhard Euler, qui vivait au 18ème siècle (1707 – 1783), un des plus grands mathématiciens de tous les temps, fondateur en particulier de la théorie des graphes.

Le professeur commence par donner la définition d'un graphe d'Euler : « Les graphes d'Euler ont ceci de caractéristique : ils peuvent être dessinés sans jamais lever le crayon et sans jamais passer deux fois le long d'une même arête. »

Et joignant le geste à la parole, il demande à ses étudiants si les deux graphes qu'il dessine actuellement au tableau sont des graphes d'Euler



Graphe 1



Graphe 2

Un des élèves du professeur affirme que le graphe 2 n'est pas un graphe d'Euler et propose le raisonnement suivant :

« Supposons que nous ayons réussi à dessiner ce graphe sans jamais avoir levé le crayon. Dans ce cas, pour chaque sommet, à l'exception des sommets initial et final, le nombre d'arrivées du crayon à ce sommet est égal à celui des départs. Donc, tous les sommets du graphe, sauf peut-être deux, doivent être de degré pair. Ce n'est pas le cas du graphe sur le dessin 9 qui contient quatre sommets de degré 3. Ce graphe ne peut donc pas être tracé sans lever le crayon ou sans repasser deux fois le long d'une de ses arêtes. Ce n'est pas un graphe d'Euler. »

**<u>Question 1 :</u>** Justifier que le graphe 1 est un graphe d'Euler

**<u>Question 2 :</u>** n°27 p 221