



### 1) Un partage

Une biscuiterie artisanale produit chaque jour 1472 galettes et 1196 palets bretons. Elle souhaite vendre des boîtes contenant un assortiment de galettes et de palets de façon que :

- toutes les boîtes aient la même composition
- après mise en boîtes, il ne reste ni galettes ni palets .

Quelle est le plus grand nombre de boîtes qu'elle peut réaliser chaque jour et quelle sera la composition de chaque boîte ?

### 2) Cherchons à généraliser le calcul de ce contenu en démontrant le lemme d'Euclide

A noter qu'un lemme est un résultat intermédiaire permettant la démonstration d'un théorème plus important

Soient a et b deux entiers naturels non nuls reliés par la relation  $a = bq + r$  .

Cherchons à démontrer que l'ensemble des diviseurs communs à a et b est aussi celui de b et r .

a) Soit d un diviseur commun à a et b.

Démontrer que d est aussi un diviseur commun de b et r

b) réciproquement, soit d un diviseur commun à b et r .

Démontrer que d est aussi un diviseur commun de a et b

c) Que peut-on conclure des questions a et b ?

d) Que peut-on en déduire pour le PGCD de a et de b ?

e) Proposer alors un énoncé du Lemme d'Euclide

f) Comment peut-on retrouver le PGCD de 1472 et 1196 à l'aide de ce lemme ?

### 3) A l'aide de l'algorithme d'Euclide, calculer le PGCD des deux entiers suivants :

a) ( 441 ; 777 )

b) ( 2004 ; 9185 )

c) ( -144 ; 426 )

d) ( 12 ; 48 )

### 4) Généraliser les observations faites aux calculs du PGCD dans la question précédente pour le c et le d et démontrer ces propriétés