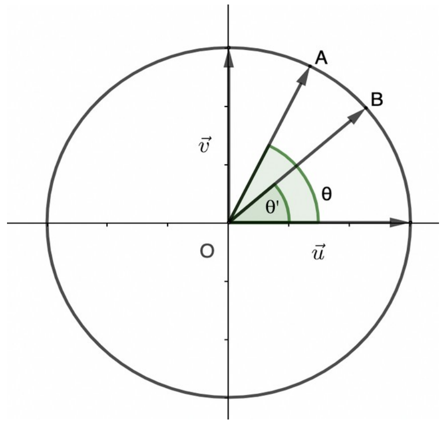


On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$) direct

On pose : $(\vec{u};\overrightarrow{OA}) = \theta$ et $(\vec{u};\overrightarrow{OB}) = \theta'$

1) Rappeler les coordonnées d'un point situé sur le cercle trigonométrique
2) Exprimer de deux façons le produit scalaire $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ et trouver une relation entre le cosinus de l'angle $\theta-\theta'$ et les cosinus et sinus des angles θ et θ' .

3) a) Compléter : cos(– θ') = sin (– θ') =

b)Remplacer alors θ' par – θ' dans la formule précédente et en déduire l'expression de $\cos(\theta+\theta')$

4) a) Compléter $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta'\right) =$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta'\right) =$

b) Remplacer alors θ' par $\frac{\pi}{2}-\theta'$ et en déduire deux formules analogues aux précédentes pour $\sin(\theta+\theta')$ et $\sin(\theta-\theta')$

5) Et que se passe-t-il si on remplace θ' par θ dans les formules précédentes ?

Application

Exercice 1 : Soit x un réel . Réduire les expressions :

$\cos 3x\cos 5x+\sin 3x\sin 5x =$ $\cos x\cos 2x-\sin x\sin 2x =$

$\cos 7x\sin 6x-\sin 7x\cos 6x =$ $\cos 3x\sin 2x+\cos 2x\sin 3x =$

Exercice 2 :

1) En remarquant que $\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}$, déterminer le valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

2) En remarquant que $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$, déterminer le valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

Exercice 3 :

a) En écrivant 3x = 2x+x , simplifier l'écriture de cos(3x)+3cos(x)

b) Démontrer que $\sin^2(a+b)+\cos^2(a-b)=1+\sin(2a)\sin(2b)$

Exercice 4 :

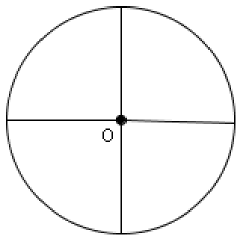
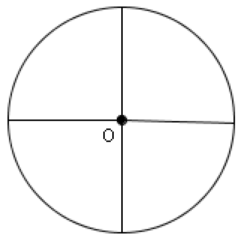
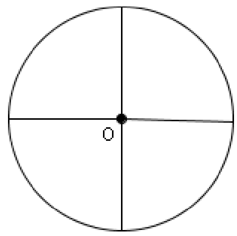
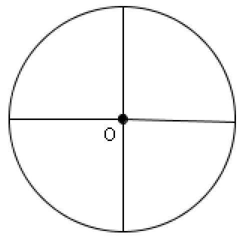
x est un réel de l'intervalle $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

a) Réduire l'écriture de l'expression : $\sin(3x)\cos x-\sin x\cos(3x)$

b) En déduire que $\frac{\sin(3x)}{\sin x}-\frac{\cos(3x)}{\cos x}=2$

<u>Exercice 5 :</u> <u>Rappel sur la résolution d'équation</u>

En vous aidant des cercles trigo tracés, résoudre les équations suivantes :

1) cos x = $\frac{\sqrt{2}}{2}$	2) sin x = $\frac{\sqrt{3}}{2}$	3) sin(x) = $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$	4) $\cos(2x)=1$
			
<u>Solutions</u>	<u>Solutions</u>	<u>Solutions</u>	<u>Solutions</u>

Partie A

Résoudre l'équation $\cos^2 x - \sin^2 x = 0{,}5$

Partie B

a est un réel de l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\cos a = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

1) Calculer $\cos 2a$

2) a) A quel intervalle appartient 2a ?

b) En déduire a en justifiant la réponse

Partie C

a et b sont deux réels de l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\sin a = \frac{1}{2}$ et $\cos b = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

1) Calculer $\cos a$ et vérifier que $\sin b = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

2) a) Calculer cos(a+b) et sin(a+b)

b) En déduire a+b puis b

<u>Exercice 7 :</u>

a est un réel de l'intervalle $\left]0 ; \frac{\pi}{4}\right[$

1) a) Démontrer que $(\cos a + \sin a)^2 = 1 + \sin 2a$

b) En déduire que $\frac{1+\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{\cos a + \sin a}{\cos a - \sin a}$

2) Sans calculer $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\cos\frac{\pi}{12}$ déduire de la question précédente que :

$$\frac{\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{8}} = 1+\sqrt{2} \quad \text{et} \quad \frac{\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$$