Fiche d'exercices 1 : Diviseurs

Exercice 1 :

1) Déterminer la liste des diviseurs de 252 et -72

2) Un nombre a pour écriture décimale 72a83b et est divisible par 6 et 45 . Quel est ce nombre ?

3) a) Démontrer par récurrence que la propriété « P(n) : « 2^n est divisible par 3 » » est héréditaire.

Est-elle vraie pour autant ?

b) Soit n un entier naturel.

Montrer par récurrence que le nombre 7^n+1 est divisible par 8 lorsque n est impair

4) Démontrer que pour tout entier naturel n, $3n^4+5n+1$ est impair et en déduire qu'il n'est jamais divisible par n(n+1)

5) Montrer que, pour tout entier naturel n, 6 divise $a(a^2-1)$

Exercice 2 : Diviseurs associés

1) Déterminer les entiers relatifs n vérifiant :

a) $n^2+n=20$ b) $n^2+2n=35$

2) Déterminer les entiers naturels a et b tels que $a^2-b^2=135$

3) a) Montrer que résoudre l'équation (E) : $xy-5x-5y-7=0$ revient à résoudre $(x-5)(y-5)=32$

b) Résoudre alors l'équation (E)

Exercice 3 : Combinaisons linéaires

1) Déterminer les entiers naturels n pour lesquels $n+2$ divise $3n-1$

2) a) Vérifier que $-2n^2-4n+6=-2n(n+2)+6$

b) Soit a= $-2n^2-4n+6$ et b = $n+2$. Pour quelle valeur de n, b divise-t-il a ?

3) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que n+1 divise n^2+2

4) Déterminer les entiers naturels n tels que :

a) $4n+1$ divise $10n-1$ b) $3n-8$ divise $5n+4$