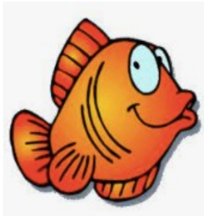
DS Terminale S1 à distance le 1 avril 2020

Partie A

1) a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $-1+i$

   b) A quelle condition sur l'entier naturel n, le nombre $(-1+i)^{2n}$ est-il un nombre réel strictement positif ?



2) a) Déterminer la forme exponentielle de a = $-\sqrt{3}+i$

   b) Est-il vrai qu'un argument de a^8 est égal à $\frac{\pi}{3}$? Justifier

   c) Démontrer que a^{2013} est un imaginaire pur.

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité graphique 2 cm

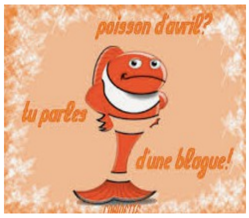
1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(z-2i)(z^2+2z\sqrt{3}+4)=0$

2) On considère les points A et B du plan, d'affixes respectives : $z_A = -\sqrt{3}+i$ et $z_B=\overline{z_A}=-\sqrt{3}-i$

   a) **Donner** l'écriture de z_A et de z_B sous forme exponentielle.

   b) Justifier que A et B appartiennent à un même cercle Γ de centre O dont on déterminera le rayon. Construire Γ puis placer précisément les points A et B dans un repère (laisser les traits de construction).

3) On considère l'équation d'inconnue z : $2z-4i=iz+2$



   a) Résoudre cette équation

   b) On note C le point d'affixe 2i . Placer C sur la figure

   c) Démontrer que le quadrilatère OBAC est un losange.

4) a) Ecrire le complexe $Z=\frac{z_B}{z_A} = \frac{-\sqrt{3}-i}{-\sqrt{3}+i}$ sous forme exponentielle

   b) En déduire l'écriture algébrique du complexe Z^9

5) Déterminer et construire (E) ensemble des points M d'affixe z du plan tels que : $|z-2i|=|-\sqrt{3}+i|$