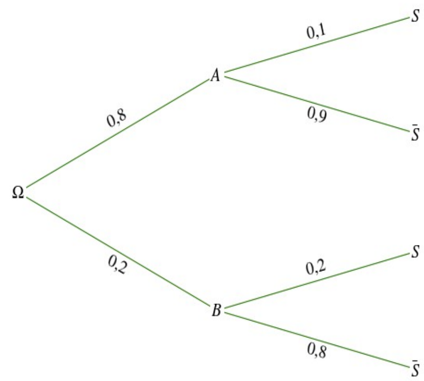
TS1 DS probabilité Mercredi 11 décembre 2019

Exercice 1 : Asie Juin 2013 (5 points) pour tous les candidats

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième.

La partie C est indépendante des parties A et B

Partie A



1) Traduire l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.

2) a) Quelle est la probabilité de l'événement $B \cap \bar{S}$?

$P(B \cap \bar{S}) = P(B) \times P_B(\bar{S}) = 0{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}16$

b) Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88 .

A et B forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales, on a :

$P(\bar{S}) = P(\bar{S} \cap A) + P(\bar{S} \cap B)$

$P(\bar{S}) = 0{,}8 \times 0{,}9 + 0{,}2 \times 0{,}8$

$P(\bar{S}) = 0{,}72 + 0{,}16 = 0{,}88$

3) On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides.

Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

On cherche $P_S(B) = \dfrac{P(S \cap B)}{p(S)} = \dfrac{0{,}2 \times 0{,}2}{1-0{,}88} = \dfrac{1}{3}$

Partie B

Le gérant d'un salon de thé achète 10 boîtes chez le grossiste précédent. On suppose que le stock de ce dernier est suffisamment important pour modéliser cette situation par un tirage aléatoire de 10 boîtes avec remise. On considère la variable aléatoire X qui associe à ce prélèvement de 10 boîtes, le nombre de boîtes sans trace de pesticides.

1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Le choix d'un boîte est une épreuve de Bernoulli avec pour Succès : « la boîte ne présente pas de traces de pesticides » de probabilité 0,88 . Comme on choisit 10 boîtes de manière indépendante, la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre 10 et 0,88

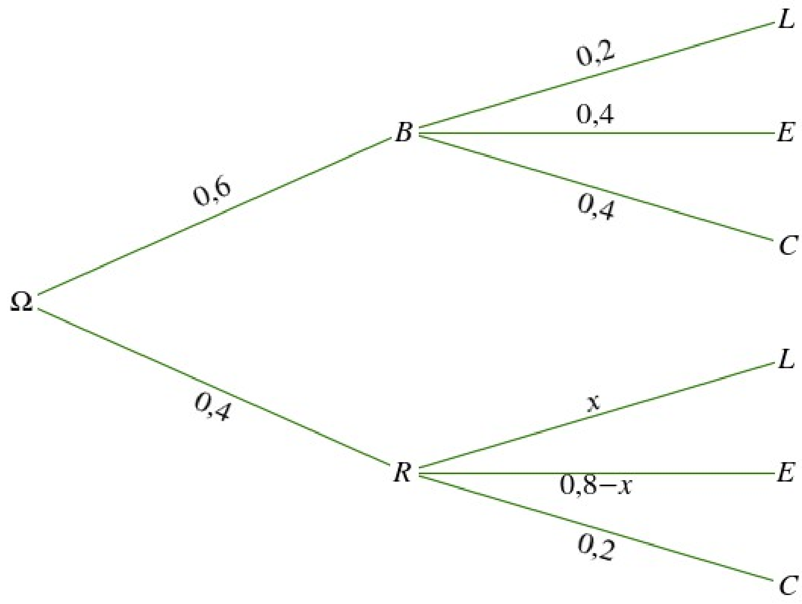
2) Calculer la probabilité que les 10 boîtes soient sans trace de pesticides.

$P(X=10) = 0{,}88^{10} = 0{,}278$

3) Calculer la probabilité qu'au moins 8 boîtes ne présentent aucune trace de pesticides.

On veut $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$. La calculatrice donne $P(X \leq 7) \approx 0{,}109$ donc $P(X \geq 8) \approx 0{,}891$

Partie C



B et R forment une partition de l'univers donc à l'aide de la formule des proba totales, on a :

$P(L)=0{,}6\times0{,}2+x\times0{,}4 \;=\; 0{,}12+0{,}4x$

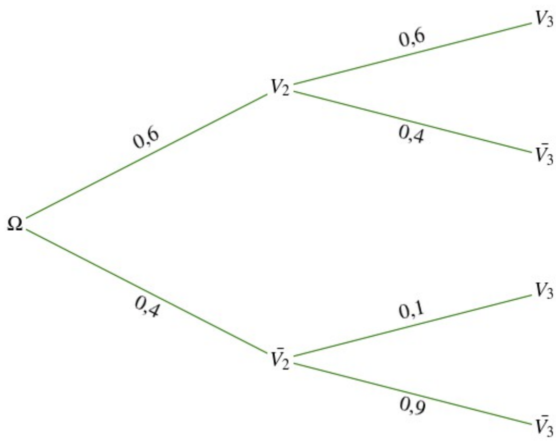
On veut que L et B soient indépendants donc on veut que P(L) = $P_B(L)$

c'est à dire $0{,}12+0{,}4x=0{,}2$

$0{,}4x=0{,}2-0{,}12$

x = 0,2

Exercice 2 : Pour tous 5 points



1) Calculer les probabilités des événements suivant :

   a. A : « les 2ème et 3ème sondages sont positifs »
   b. B : « les 2ème et 3ème sondages sont négatifs »

P(A) = P($V_2 \cap V_3$) = $0{,}6\times0{,}6$ = 0,36

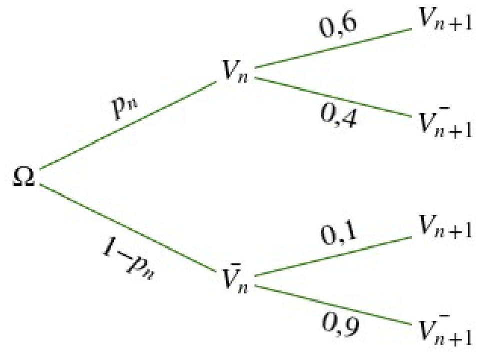
P(B) = P($\overline{V_2} \cap \overline{V_3}$) = $0{,}4\times0{,}9$ = 0,36

2) Calculer la probabilité p_3 pour que le 3ème sondage soit positif (probabilité totale)

   $p_3 = P(V_3)$ = P($V_3 \cap V_2$) + P($V_3 \cap \overline{V_2}$)

   $= 0{,}36+0{,}04=0{,}4$

3) n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2
Recopier et compléter l'arbre ci-contre en fonction des données de l'énoncé



4) Pour tout entier naturel n non nul, établir que
$p_{n+1}=0{,}5\,p_n+0{,}1$

Proba totale : $p_{n+1} = P(V_{n+1}) = P(V_{n+1} \cap V_n) + P(V_{n+1} \cap \overline{V_n})$

$p_{n+1}=0{,}6\,p_n+0{,}1(1-p_n)$

$p_{n+1}=0{,}5\,p_n+0{,}1$

5) On note u la suite définie pour tout entier naturel n non nul, $u_n=p_n-0{,}2$

a. Démontrer que u est une suite géométrique, en préciser le premier terme et la raison

$u_{n+1}=p_{n+1}-0{,}2=0{,}5\,p_n+0{,}1-0{,}2 = 0{,}5\,p_n-0{,}1 = 0{,}5(p_n-0{,}2) = 0{,}5\,u_n$

(u_n) est donc une suite géométrique de raison 0,5 et de premier terme $u_1=p_1-0{,}2=0{,}8$

b. Exprimer p_n en fonction de n

$u_n=u_1\times q^{n-1} = 8\times 0{,}5^{n-1}$ d'où $p_n=8\times 0{,}5^{n-1}+0{,}2$

c. Calculer la limite, quand n tend vers +∞ de la probabilité p_n

Facile on trouve 0,2