

**Exercice 1 : Asie Juin 2013 (5 points) pour tous les candidats**

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième.

La partie C est indépendante des parties A et B

**Partie A**

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur A et 20 % chez le fournisseur B. 10 % des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20 % de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

événement A : « la boîte provient du fournisseur A » ; événement B : « la boîte provient du fournisseur B » ; événement S : « la boîte présente des traces de pesticides ».

- 1) Traduire l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
- 2) a) Quelle est la probabilité de l'événement  $B \cap \bar{S}$  ?  
b) Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88 .
- 3) On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides.

Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

**Partie B**

Le gérant d'un salon de thé achète 10 boîtes chez le grossiste précédent. On suppose que le stock de ce dernier est suffisamment important pour modéliser cette situation par un tirage aléatoire de 10 boîtes avec remise. On considère la variable aléatoire X qui associe à ce prélèvement de 10 boîtes, le nombre de boîtes sans trace de pesticides.

- 1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2) Calculer la probabilité que les 10 boîtes soient sans trace de pesticides.
- 3) Calculer la probabilité qu'au moins 8 boîtes ne présentent aucune trace de pesticides.

**Partie C**

*Cet exercice est un exercice de recherche . Toute trace de recherche sera donc valorisée.*

On désigne par x un réel de l'intervalle [0;80]

Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.

Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

On appelle B l'événement : « le cube est bleu », R : « le cube est rouge », L : « le cube est marquée d'un losange », E : « le cube est marquée d'une étoile » et C : « le cube est marquée d'un cercle »

On tire au hasard un cube de l'urne

Déterminer x pour que les événements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.

## Exercice 2 : Pour tous 5 points

Avant le début de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.

Lorsque le  $n$ -ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif.

L'événement : « le  $n$ -ième sondage est positif » est noté  $V_n$  et on note  $p_n$  la probabilité de  $V_n$

L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

- si un sondage est positif, le suivant a une probabilité égale à 0,6 d'être aussi positif
- si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à 0,9 d'être aussi négatif.

On, suppose que le premier sondage est positif c'est à dire  $p_1=1$

- 1) Calculer les probabilités des événements suivant :
  - a. A : « les 2ème et 3ème sondages sont positifs »
  - b. B : « les 2ème et 3ème sondages sont négatifs »
- 2) Calculer la probabilité  $p_3$  pour que le 3ème sondage soit positif
- 3)  $n$  désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2

Recopier et compléter l'arbre ci-contre en fonction des données de l'énoncé

- 4) Pour tout entier naturel  $n$  non nul, établir que  $p_{n+1}=0,5p_n+0,1$
- 5) On note  $u$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_n=p_n-0,2$ 
  - a. Démontrer que  $u$  est une suite géométrique, en préciser le premier terme et la raison
  - b. Exprimer  $p_n$  en fonction de  $n$
  - c. Calculer la limite, quand  $n$  tend vers  $+\infty$  de la probabilité  $p_n$

