DS Terminales S1

Le Lundi 2 décembre 2019

<u>Exercice 1 :</u>

1) Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

a) $e^{3x-1}=1$ b) $e^{3-x}\times e^{2x-1}=(e^{5x+1})^2$

2) Résoudre dans ℝ l'inéquation suivante : $e^{x^2-x}<e$

3) Calculer la dérivée de la fonction f définie par f(x) = $\dfrac{3}{1+e^{-2x}}$

<u>Exercice 3 :</u>

Soit f la fonction dérivable définie sur]0;+∞[par f(x) = $e^x+\dfrac{1}{x}$

1) Etude d'une fonction auxiliaire
   a) Soit la fonction g dérivable et définie sur [0;+∞[par $g(x)=x^2e^x-1$
   Etudier le sens de variation de la fonction g et déterminer la limite de g en +∞. On dressera le tableau de variation.
   b) Démontrer qu'il existe un unique réel a appartenant à [0;+∞[tel que g(a) = 0
   c) Donner un encadrement de a à 10^{-2}
   d) Déterminer le signe de g sur]0;+∞[
2) Etude de la fonction f
   a) Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en +∞
   b) On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle]0;+∞[
   Démontrer que pour tout réel strictement positif x , $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$
   c) En déduire le sens de variation de la fonction f
   d) Démontrer que la fonction f admet pour minimum le réel : $m=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a}$