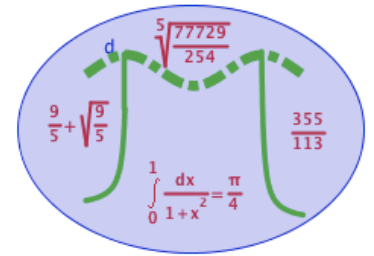


DS 3 Terminale S Limites de suites

Le Mardi 15 octobre 2019



Exercice 1 (3 points) :

Pour chacune des informations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :

Soit (u_n) une suite de termes strictement positifs

- Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 5$ alors la suite (u_n) converge
- Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq \frac{n}{2}$ alors la suite diverge

Exercice 2 (6 points) :

Déterminer les limites des suites (u_n) suivantes :

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2n+1}{3n+5}$
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n - \sqrt{n} + 3$
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -1 + \frac{\cos n}{n}$
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 4^n - 3^n$

Exercice 3 (11 points): Evolution d'une population animale

Un biologiste souhaite étudier l'évolution de la population d'une espèce animale dans une réserve. Cette population est estimée à 12 000 individus en 2017.

Le biologiste modélise l'évolution de cette population par une suite (u_n) définie par $u_0 = 12$ et

pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = -\frac{1}{180}u_n^2 + 1,25u_n$

- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{180}x^2 + 1,25x$
 - Justifier que f est croissante sur $[0;50]$
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = x$
- On remarquera que $u_{n+1} = f(u_n)$
 - Calculer la valeur de u_1 . Interpréter
 - Démontrer par récurrence que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 45$
 - Démontrer que la suite (u_n) est croissante
 - En déduire que (u_n) converge
 - On admet que la limite ℓ de la suite (u_n) vérifie $f(\ell) = \ell$. En déduire sa valeur et l'interpréter dans le contexte de l'exercice
- Le biologiste souhaite connaître le nombre d'année au bout duquel la population dépassera les 42 000 individus. Ecrire un algorithme permettant de trouver le plus petit entier N tel que $u_N > 42$.
 - Déterminer N à l'aide de votre calculatrice