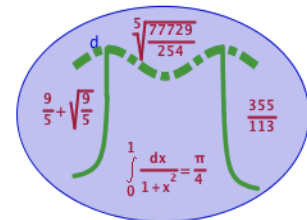


## DS 1 Terminale S1



Lundi 16 septembre  
2 heures  
calculatrice autorisée

**Exercice 1 :** On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0=1$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{3}{2}$

- 1) a) Calculer les valeurs exactes de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$   
b) Conjecturer le sens de variation de la suite  $(u_n)$   
c) Démontrer, par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $-1 \leq u_n \leq 3$   
d) En déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$
- 2) On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n=u_n-3$ 
  - a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique
  - b) En déduire une expression de  $(v_n)$  en fonction de  $n$
  - c) Exprimer alors  $u_n$  en fonction de  $n$
- 3) Calculer la valeur exacte de la somme notée  $S$  des cent premiers termes de la suite  $(u_n)$

**Exercice 2 :** Soit  $(u_n)$  une suite définie par  $u_0=2$  et  $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+u_n}$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n=\frac{2}{2n+1}$

**Exercice 3 :**

**Partie A**

On considère l'algorithme suivant où les variables utilisées se nomment  $N$ ,  $k$  et  $U$  :

```
Affecter à U la valeur 0
Pour k variant de 0 à N - 1
    Affecter à U la valeur 3U - 2k + 3
Fin du Pour
Afficher U
```

Quel est l'affichage en sortie lorsque  $N = 3$  ?

**Partie B**

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=3u_n-2n+3 \end{cases}$

- 1) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq n$
- 2) Démontrer que la suite  $(u_n)$  est croissante
- 3) Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n=u_n-n+1$ 
  - a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique.
  - b) En déduire que  $u_n=3^n+n-1$

**Exercice 4 :** Après avoir déterminé son ensemble de définition, étudier les variations de la fonction  $f$  puis dresser son tableau de variation . La fonction  $f$  est définie par  $f(x)=\frac{x^2+9x+12}{4x+4}$