DS 1 Terminale S1

Lundi 16 septembre
2 heures
calculatrice autorisée

Exercice 1 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{3}{2}$

1) a) Calculer les valeurs exactes de u_1 , u_2 , u_3

b) Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n)

c) Démontrer, par récurrence que pour tout entier naturel n, $-1\leq u_n\leq 3$

d) En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n=u_n-3$

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique

b) En déduire une expression de (v_n) en fonction de n

c) Exprimer alors u_n en fonction de n

3) Calculer la valeur exacte de la somme notée S des cent premiers termes de la suite (u_n)

Exercice 2 : Soit (u_n) une suite définie par $u_0=2$ et $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+u_n}$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n=\frac{2}{2n+1}$

Exercice 3 :

Partie A

On considère l'algorithme suivant où les variables utilisées se nomment N , k et U :

```
Affecter à U la valeur 0
Pour k variant de 0 à N – 1
    Affecter à U la valeur 3U−2k+3
Fin du Pour
Afficher U
```

Quel est l'affichage en sortie lorsque N = 3 ?

Partie B

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=3u_n-2n+3 \end{cases}$

1) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n\geq n$

2) Démontrer que la suite (u_n) est croissante

3) Soit (v_n) la suite définie par $v_n=u_n-n+1$

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.

b) En déduire que $u_n=3^n+n-1$

Exercice 4 : Après avoir déterminé son ensemble de définition, étudier les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation . La fonction f est définie par $f(x) = \frac{x^2+9x+12}{4x+4}$