

**DM3**  
**Terminales S**



**Exercice 1**

Soit la suite  $u$  définie pour tout entier  $n \geq 2$  par :

$$u_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

1. a. Ecrire un algorithme permettant de calculer  $u_n$  pour tout entier  $n$ .
- b. Programmer puis, en utilisant le programme, conjecturer le sens de variation de la suite  $u$ .
2. a. Démontrer que pour tout entier  $n \geq 2$  on a :

$$u_{n+1} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} u_n$$

b/ Démontrer que pour tout  $n \geq 2$   $u_n = \frac{n+1}{2n}$ .

c/ Prouver la conjecture émise à la question 1.b/

**Exercice 2**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  par :

$$f(x) = \frac{(1-x)^3}{x^2}$$

On note  $C$  sa courbe représentative.

1. Trouver  $a, b, c$  et  $d$  tels que pour tout réel  $x$  non nul :

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2}$$

2. Etudier les variations de la fonction  $f$ .
3. Etudier la position  $C$  par rapport à la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -x + 3$ .
4. Construire  $C$  et  $\mathcal{D}$ .