DS terminale
Dérivation - convexité

Le lundi 29 septembre

Exercice 1 Vrai – Faux

Pour chacune des questions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse . Chaque réponse doit être justifiée . Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1) Soit f la fonction définie sur ℝ par f(x) = $x\,e^{-x}$ de courbe C_f

Proposition 1 C_f admet un point d'inflexion au point d'abscisse x = 2

2) On considère la fonction f définie sur]0;+∞[par f(x) = $\dfrac{e^{2x}}{x}$

On admet que la dérivée seconde de f est donnée par : $f''(x) = \dfrac{2e^{2x}(2x^2-2x+1)}{x^3}$

a) **Proposition 2** La fonction dérivée de f est la fonction f' définie par : $f'(x) = \dfrac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$

b) **Proposition 3** La fonction f admet un maximum en x = $\dfrac{1}{2}$

c) **Proposition 4** La fonction f est concave sur]0;+∞[

Exercice 2 Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

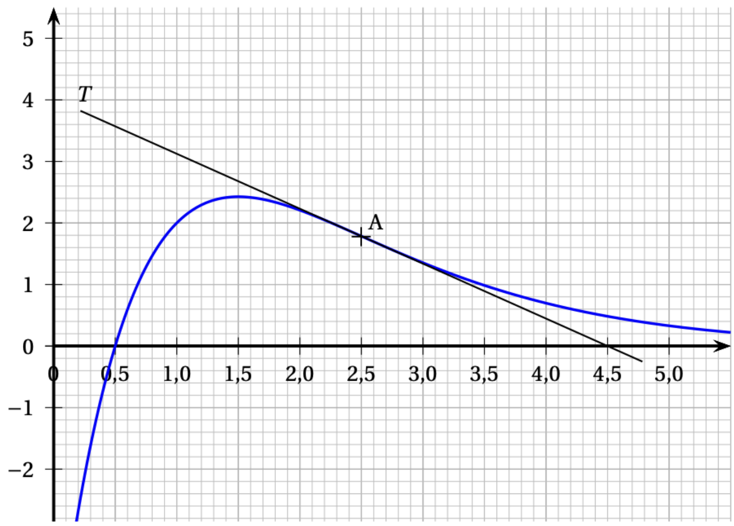
a) f(x) = $(7x-8)^9$ b) f(x) = $(2x^2-3)e^{\frac{1}{x}}$

Exercice 3

Partie A

On considère la fonction f définie sur [0;+∞[par la courbe C ci-dessous.

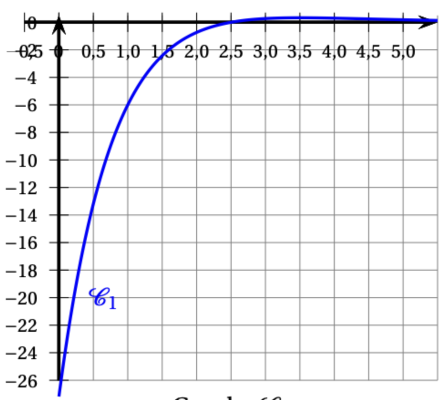
La droite T est tangente à la courbe C au point A d'abscisse $\dfrac{5}{2}$



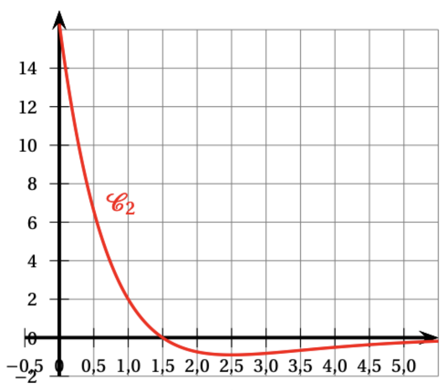
1) a) Dresser, par lecture graphique, le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle [0;5]

b) Lire $f(2{,}5)$ et $f'(2{,}5)$

2) Que semble présenter la courbe C au point A ?



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$

3) La dérivée f' et la dérivée seconde f'' sont représentées par les courbes ci-contre. Associer à chacune de ces deux fonctions la courbe qui la représente . Ce choix sera justifié.

Partie B

Dans cette partie, on considère que la fonction f, définie et deux fois dérivable sur [0;+∞[, est définie par :

$$f(x)=(4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}$$

1) Montrer que $f'(x) = (-4x+6)\mathrm{e}^{-x+1}$

2) Dresser le tableau de variation complet de f (on admet que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$)

3) Etudier la convexité de la fonction f et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de f .

4) Edouard affirme que pour tout x ∈ [0;2,5], f(x) ≤ $2x$. A-t-il raison ?