

DM Terminale A

Exercice 1

On se donne deux nombres réels strictement positifs et distincts a et b et on considère les suites $(a_n)_{n \geq 0}$ et $(b_n)_{n \geq 0}$ définies par :

$$a_0 = a \text{ et } b_0 = b \text{ et } a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n) \text{ et } b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$$

Comparer a_n et b_n et en déduire la monotonie des suites $(a_n)_{n \geq 1}$ et $(b_n)_{n \geq 1}$

Exercice 2

Soit $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$. Etudier la fonction f (ensemble de définition, parité, sens de variation, tableau de variation, courbe représentative)

Exercice 3

Soit n un entier naturel . Etudier les extremum de la fonction f définie par $f(x) = x^n e^{-x}$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{-x^2}$.

On désigne par $f^{(n)}(x)$ la dérivée n -ième de x

Démontrer que pour tout entier naturel n , il existe un polynôme P_n tel que

$$f^{(n)}(x) = P_n(x) e^{-x^2}$$

Expliciter P_0 , P_1 , P_2