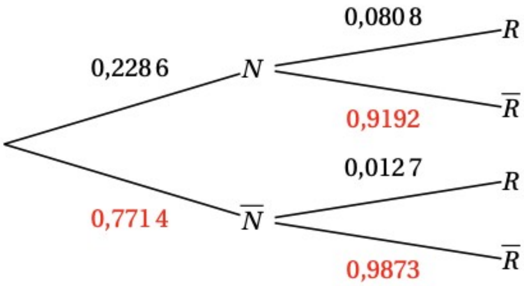
1 Exercice 1 **5 points**

1.



2. On calcule $p(N \cap R) = p(N) \times p_N(R) = 0{,}2286 \times 0{,}0808 = 0{,}018471$ soit $0{,}0185$ à 10^{-4} près.

3. On a de même $p\left(\overline{N} \cap R\right) = p\left(N\right) \times p_{\overline{N}}(R) = 0{,}7714 \times 0{,}0127 = 0{,}009797$ soit $0{,}0098$ à 10^{-4} près.

   D'après la loi des probabilités totales :

   $p(R) = p(N \cap R) + p\left(\overline{N} \cap R\right) \approx 0{,}0185 + 0{,}0098$

   $p(R) \approx 0{,}0283$.

4. On a $p_R(N) = \dfrac{p(R \cap N)}{p(R)} = \dfrac{p(N \cap R)}{p(R)} \approx \dfrac{0{,}0185}{0{,}0283} \approx 0{,}65371$ soit $0{,}6537$ à 10^{-4} près.

Partie I

1. X suit donc la loi binomiale $\mathscr{B}(n = 500,\ p = 0{,}65)$.

2. On calcule $\binom{500}{325} \times 0{,}65^{325} \times 0{,}35^{175} \approx 0{,}037384$ soit $0{,}0374$ à 10^{-4} près. (Utiliser la fonction binomiale de la calculatrice si les capacités de calcul de celle-ci sont dépassées).

3. On a $p(X \geqslant 325) = 1 - p(X \leqslant 324)$ soit d'après la calculatrice $0{,}47944$, donc

   $p(X \geqslant 325) \approx 1 - 0{,}4794 = 0{,}5206$ à 10^{-4} près.

Partie II

1. On a $p_n = (1 - 0{,}65)^n = 0{,}35^n$.

2. On a $q_n = 1 - p_n$.

   On cherche donc n tel que $1 - p_n \geqslant 0{,}9999 \iff p_n \leqslant 0{,}0001$, soit par croissance de la fonction logarithme népérien :

   $n \ln 0{,}35 \leqslant \ln 00{,}0001 \iff n \geqslant \dfrac{\ln 0{,}0001}{\ln 0{,}35}$ car $\dfrac{1}{\ln 0{,}35} < 0$.

   D'après la calculatrice $\dfrac{\ln 0{,}0001}{\ln 0{,}35} \approx 8{,}8$.

   Il faut prendre au minimum $n = 9$.