

DS Récurrence Terminale

Le Vendredi 13 septembre

1 heure

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = \frac{4}{5 - u_n}$

- 1) **Recopier** et compléter la fonction Python suivante suite(n) qui prend comme paramètre le rang n et renvoie la valeur du terme de rang n

```
def suite(n) :  
    u = ...  
    for i in range(n):  
        .....  
    return u
```

- 2) L'exécution de suite(2) renvoie 1.333333333333
Effectuer un calcul pour expliquer et vérifier cet affichage

Exercice 2

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n - 1} \end{cases}$

- 1) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 3$
2) Que peut-on en déduire ?

Exercice 3

Dans une usine, un four cuit des céramiques à la température de 1000°C . A la fin de la cuisson, il est éteint et il refroidit. On s'intéresse à la phase de refroidissement du four qui débute à l'instant où il est éteint.

La température du four est exprimée en degré Celsius

La porte du four peut être ouverte sans risque pour les céramiques dès que sa température est inférieure à 70°C . Sinon les céramiques risquent de se fissurer, voire de casser.

Pour un nombre entier naturel n , on note T_n la température en degré Celsius du four au bout de n heures écoulés à partir de l'instant où il a été éteint. On a donc $T_0 = 1000^\circ\text{C}$ et on donne :

$$T_{n+1} = 0,82T_n + 3,6$$

- 1) Calculer la température du four, arrondie à l'unité, au bout de 4 heures de refroidissement
2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $T_n \geq 20$.

Comment peut-on interpréter ce résultat ?

- 3) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n par $v_n = T_n - 20$

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $0,82$

b) En déduire que $T_n = 980 \times 0,82^n + 20$

- 4) Au bout de combien d'heures le four peut-il être ouvert sans risque pour les céramiques ?

On répondra à cette question à l'aide de la calculatrice en expliquant le raisonnement