

Interrogation Terminale

Vendredi 22 mars 2024

Exercice 1 Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 e^{1-2x} dx \qquad J = \int_0^1 \frac{1}{(3x+4)^4} dx$$

Exercice 2 Les deux questions sont indépendantes

1) On considère l'intégrale I suivante : $I = \int_0^1 \frac{x^2}{x+2} dx$

a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $\frac{x^2}{x+2} = x - 2 + \frac{4}{x+2}$

b) En déduire la valeur exacte de I

2) On considère les deux intégrales suivantes : $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx$ et $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4} dx$

a) Calculer $I - 3J$ et $I + J$

b) En déduire les valeurs de I et de J

Exercice 3

On considère la suite (I_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $I_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$

a) Calculer I_1 à l'aide d'une intégration par partie

b) Montrer que la suite (I_n) est positive

c) En remarquant que pour tout $t \in [0;1]$, $\frac{1}{e} \leq e^{-t} \leq 1$, démontrer que pour tout entier naturel n

$$\frac{1}{(n+1)e} \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$$

d) En déduire la limite de la suite (I_n)