DS Géométrie dans l'espace

Exercice 1 b d c d

QCM indiquer la bonne réponse sur la copie

L'espace est rapoorté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)

On considère :

- La droite D passant par A$(1;1;-2)$ et B$(-1;3;2)$
- La droite D ' a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x=-4+3t \\ y=6-3t \\ z=8-6t \end{cases}$ avec t ∈ IR .

Question 1 Parmi les pooints suivants, lequel appartient à la droite D ' ?

a) M_1 $(-1;3;-2)$ b) M_2 $(11;-9;-22)$ c) M_3 $(-7;9;2)$ d) M_4 $(-2;3;4)$

Question 2 Une représentation paramètrique de la droite (AB) est :

a) $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-6+2t \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+2t \\ z=6-4t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+t \\ z=2+2t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1+t \\ z=-6+2t \end{cases}$

Question 3 Un vecteur directeur de la droite D ' est :

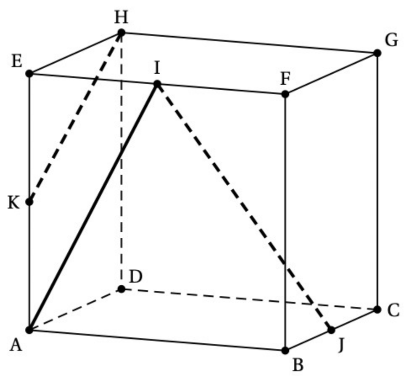
a) $\vec{u_1}$ $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u_2}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u_3}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ d) $\vec{u_4}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Question 4 Les droites D et D ' sont :

a) sécantes b) strictement parallèles c) non coplanaires d) confondues

Exercice 2

On considère un cube ABCDEFGH. Le point I est le milieu du segment [EF] , le point J est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AE] .



1) Les droites (AI) et (KH) sont-elles parallèles ?
Justifier votre réponse.

Non la droite (HK) coupe le plan (ABFE) en K sur la droite (AE) . Or (AI) qui est une droite du plan (ABFE) coupe la droite (AI) en A ≠ K donc les droites sont non coplanaires

Dans la suite, on se place dans le repère orthonomé (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$)

2) a) Donner les coordonnées des points A , E , C , I et J

$A(0;0;0)$ $E(0;0;1)$ $C(1;1;0)$ $I\left(\frac{1}{2};0;1\right)$ $J\left(1;\frac{1}{2};0\right)$

b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ}$ $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-1\right)$ $\overrightarrow{AE}$ $(0;0;1)$ $\overrightarrow{AC}$ $(1;1;0)$

c) En déduire les réels x et y tels que $\overrightarrow{IJ} = x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AC}$

$-1\overrightarrow{AE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-1\right)$ donc $\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{AE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

d) Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$

Les trois vecteurs sont donc coplanaires

On considère les droites d_1 et d_2 de représentations paramétriques :

$$d_1 : \begin{cases} x=3+t \\ y=8-2t \\ z=-2+3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, \quad \text{et } d_2 : \begin{cases} x=4+k \\ y=1+k \\ z=8+2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

3) Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse

vecteur directeur de d_1 : $\vec{u_1}$ $(1;-2;3)$

vecteur directeur de d_2 : $\vec{u_2}$ $(1;1;2)$

$\frac{x_{\vec{u_1}}}{x_{\vec{u_2}}} = 1 \neq -2 = \frac{y_{\vec{u_1}}}{y_{\vec{u_2}}}$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires et les droites ne sont pas parallèles

4) Quelle est la position relative de ces deux droites ?

On cherche à résoudre le système : $\begin{cases} 3+t=4+k \\ 8-2t=1+k \\ -2+3t=8+2k \end{cases}$ $\begin{cases} t=k+1 \\ 8-2k-2=1+k \\ -2+3k+3=8+2k \end{cases}$ $\begin{cases} t=k+1 \\ k=\frac{5}{3} \\ k=7 \end{cases}$

k n'est pas unique donc les droites ne sont pas coplanaires

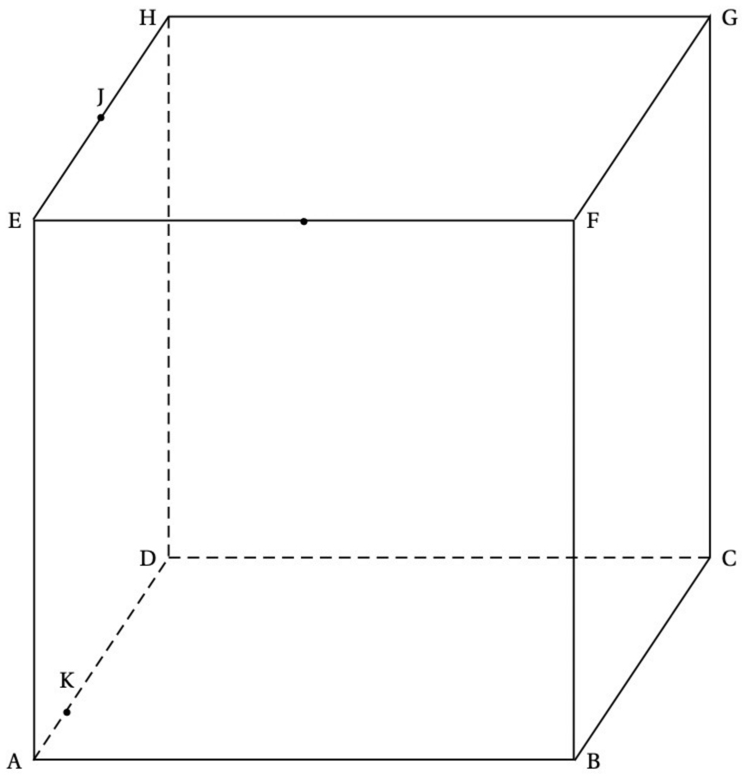
<u>Exercice 3</u>

On considère un cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1 .

On note J le milieu du segment [EH], I le centre de la face (ABFE) et K le point de [AD] tel que $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

1) Le plan (FHK) coupe la droite (AE) en un point que l'on note M . Construire le point M.

2) Constuire la section du cube par le plan (IJM)


H
G
J
E
F
D
C
K
A
B