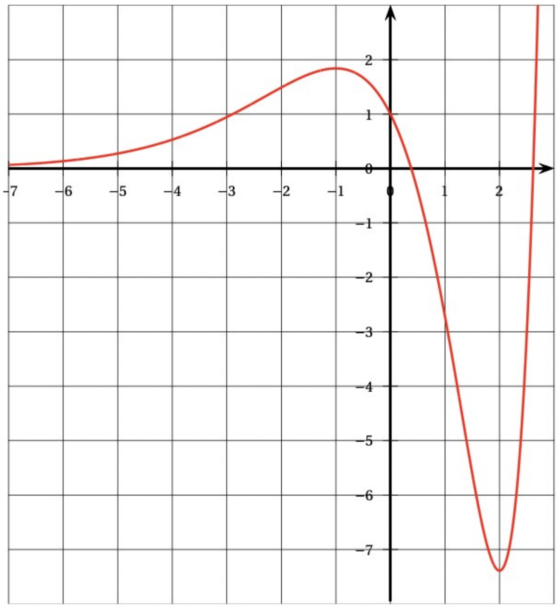
<u>DS Terminale A</u>

Mardi 3 octobre 2023,

<u>Exercice 1</u> Amérique du nord mars 2023

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On considère une fonction f définie et dérivable sur ℝ.
On note f' sa fonction dérivée . On donne ci contre la courbe représentative de la fonction dérivée f' .
Par lecture graphique :



1) Donner le sens de variation de la fonction f sur ℝ .
On utilisera des valeurs approchées si besoin

d'après la courbe, la fonction f' est positive sur]-∞;0,4[union]2,7;+∞[donc f est croissante et la fonction f' est négative sur]0,4;2,7[d'où f est décroissante

2) Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble être convexe

f est convexe dés que f' est croissante donc f semble convexe sur]-∞;-1] union [2;+∞[

Partie B

La fonction étudiée dans la partie A est la fonction définie sur ℝ par f(x) = $(x^2-5x+6)e^x$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère

1) Montrer que l'on a $f'(x) = (x^2-3x+1)e^x$

facile

2) En déduire le sens de variation de la fonction f

pour tout x , e^x est positif donc le signe de f' est celui de x^2-3x+1

Δ = 5 > 0 donc deux solutions $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ d'où f' est du signe de a sauf entre les racines : etc..... à finir

3) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0

y = $f'(0)(x-0)+f(0)$

y = $1(x-0)+6$

y = x+6

4) On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur ℝ . On note f'' la fonction dérivée seconde de f et on admet que $f''(x) = (x+1)(x-2)e^x$

a) Etudier la convexité de la fonction f sur ℝ .

il faut étudier le signe de f''. C'est le signe $(x+1)(x-2)$ polynôme du second degré de racines -1 et 2
d'où pour tout x ∈]-∞ ;-1[union]2;+∞[, f'' >0 et f convexe
pour tout x ∈]-1;2[, f''<0 donc f concave

b) Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1;2]$, on a $f(x)\leq x+6$

f étant concave sur]-1;2[, C_f est en dessous de toutes ses tangentes
en particulier celle en 0 d'équation y = x +6 d'où la réponse

Exercice 2

1) Soit g la fonction définie sur I = [-3;10] par g(x) = $2x^3+12x^2+2$

a) Etudier les variations de g sur l'intervalle I

$$g'(x) = 6x^2+24x = 6x(x+4)$$

g' poly du second degré de racines 0 et -4 donc signe de a sauf entre les racines d'où

g'positive sur [0;10] et g croissante

g' négative sur [-3;0] et g décroissante

b) En déduire le signe de g sur I

d'après les variations, g admet un minimum en 0 qui vaut g(0) = 2 . Ce minimum étant positif, g est positive sur [-3;10]

2) Soit f la fonction définie sur I par f(x) = $\dfrac{x^3-2}{x+4}$

a) Justifier que f est dérivable et calculer sa dérivée

f fonction rationnelle donc dérivable sur I . et on trouve

$$f'(x) = \frac{3x^2(x+4)-(x^3-2)\times 1}{(x+4)^2} = \frac{2x^3+12x+2}{(x+4)^2} = \frac{g(x)}{(x+4)^2}$$

b) En déduire les variations de f sur I

g positive et $(x+4)^2$ positif donc f' positive et f croissante

Exercice 3

Calculer la dérivée des fonctions suivantes sans s'occuper du domaine de dérivabilité :

1) f(x) = $e^{\frac{1}{x-1}}$ 2) g(x) = $\sqrt{3x^2-2x-1}$ 3) h(x) = $(6-3x)^5$

1) $f'(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$

2) g'(x) = $\dfrac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x-1}}$

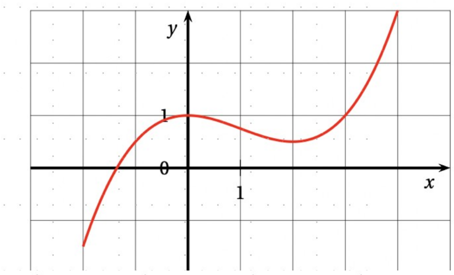
3) $h'(x) = 5\times(-3)(6-5x)^4$

$= -15(6-5x)^4$

Exercice 4

Partie A QCM . Une seule bonne réponse par question. Aucun retrait de point . Aucune justification

Question 1 Réponse a car f est concave puis convexe donc f'' est négative puis positive



Question 2

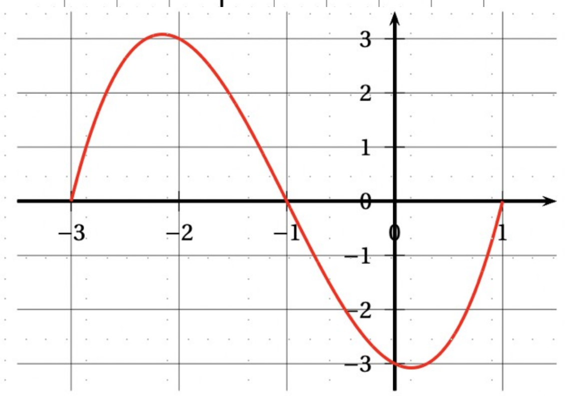
Soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle [-3;1]. On donne ci-contre la représentation graphique de sa fonction dérivée seconde f'' On peut affirmer que :

a) La fonction f est convexe sur l'intervalle [-1;1]

b) La fonction f est concave sur l'intervalle [-2;0]

c) La fonction f' est décroissante sur l'intervalle [-2;0]

d) La fonction f' admet un maximum en x = -1



Partie B On considère la fonction mystere définie ci-contre qui prend une liste de nombres en paramètre.

On rappelle que :

- len(L) renvoie la longueur de la liste.
- Les éléments de la liste L = [3,7,9,2,9] sont numérotés dans l'ordre de 0 à 4. On a ainsi L[3] = 2

```
def mystere(L) :
    S = 0
    for i in range(len(L)):
        S = S+L[i]
    return S/len(L)
```

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? On justifiera la réponse :

<u>**Affirmation :**</u> l'exécution de mystere([1,9,9,5,0,3,6,12,0,5]) renvoie 50

Cette fonction a pour but d'additionner les termes de la liste L .

La somme avec l'exemple donne S = 1+9+9+5+0+3+6+12+0+5 = 50

La fonction mystère renvoie donc 50 / 10 = 5 et non pas 50