Exercice 1

Partie A

1) a) $u_1 = 0{,}9u_0+60 = 420$ et $u_2 = 0{,}9u_1+60 = 438$

b) $u_0<u_1<u_2$ donc suite qui semble croissante

2) a) Initialisation : n=0

$u_1 = 420$ et $u_0 = 400$ donc $0\leq u_0\leq u_1\leq 600$

la relation est vraie au rang 0

SQ il existe une entier n tel que $0\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 600$

DQ $0\leq u_{n+1}\leq u_{n+2}\leq 600$

On sait que $0\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 600$

$0\times 0{,}9\leq 0{,}9u_n\leq 0{,}9u_{n+1}\leq 0{,}9\times 600$

$0\leq 0{,}9u_n\leq 0{,}9u_{n+1}\leq 540$

$0+60\leq 0{,}9u_n+60\leq 0{,}9u_{n+1}+60\leq 540+60$

$\mathbf{0\leq}\ 60\leq u_{n+1}\leq u_{n+2}\leq 600$

La relation est donc héréditaire or elle est vrai au rang 0 donc par hérédité, elle est vraie pour tout entier naturel n

b) On a pour tout n $u_n\leq u_{n+1}$ ce qui prouve que la suite est croissante (conjecture démontrée)

3) A partir de n = 7 on a $u_n\leq 500$ $u_7 \approx 504$ et $u_6 \approx 493$

Partie B

Si on appelle u_n le nombre d'arbres de l'arboriste l'année n , cette suite colle parfaitement avec celle en étudiée en partie A . Il aura donc un problème au bout de 7 ans car les arbres seront plus nombreux (> 500) mais sans place pour les replanter

<u>**Exercice 2 :**</u>

Partie A Q1 réponse a Q2 réponse b

Partie B

initialisation : $u_0 = 3$ donc $0\leq u_0\leq 0+3$ la relation est vraie au rang 0

SQ il existe un entier n tel que $n\leq u_n\leq n+3$ et DQ $n+1\leq u_{n+1}\leq n+4$

$n\leq u_n\leq n+3$ donc ….. $\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}n+1\leq\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{2}n+1\leq\frac{1}{2}(n+3)+\frac{1}{2}n+1$

$$n+1 \leq u_{n+1} \leq n+\frac{5}{2}\ \mathbf{\leq n+4}$$

La relation est donc héréditaire or elle est vrai au rang 0 donc par hérédité, elle est vraie pour tout entier naturel n