

DM2 spe math terminale

Thème le symbole Σ

La somme des nombres réels a_1, a_2, \dots, a_n est notée $a_1+a_2+\dots+a_n$ ou de manière plus compacte : $\sum_{k=1}^n a_k$. On définit plus généralement $\sum_{k=m}^n a_k = a_m+\dots+a_n$

Deux sommes à connaître en terminale :

$$\sum_{k=1}^n k = 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^n q^k = 1+q+q^2+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Les questions sont indépendantes

1) Déterminer une expression simple de la somme : $\sum_{k=1}^n 2k-1$

2) Soit (u_n) une suite réelle. On suppose que pour tout n , $\sum_{k=0}^n u_k = \frac{n^2+n}{3}$.

Calculer u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3) On donne $u_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$. Simplifier $u_{n+1}-u_n$ et en déduire la monotonie de la suite (u_n)

4) Soit une suite arithmétique (u_n) de premier terme 2 et de raison r .

On considère la somme S des termes de (u_n) allant de 5 à 20 :

$$S = u_5+u_6+\dots+u_{20}$$

Déterminer la valeur de la raison r afin de réaliser : $S = 132$

5) Le problème de l'échiquier de Sissa

On place un grain de blé sur la première case d'un échiquier. On double alors à chaque case le nombre de grains de la case précédente.

(un grain sur la 1^{ère} case, deux sur la 2^{ème}, 4 sur la 3^{ème}

a) Combien de grain de blé aura-t-on placé sur l'échiquier après la

10^{ème} case ?

b) Ecrire une fonction python **def nombregrain(n)** qui renvoie le

nombre de grain de blé sur la $n^{\text{ème}}$ case.

c) Déterminer une valeur approchée du nombre de grain de blé une fois l'échiquier rempli

