Bac Blanc 1 Terminale A **Epreuve de mathématiques** **Le Mardi 15 novembre 2022**

Durée : 3 heures **Calculatrice en mode examen**

Exercice 1 : 6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie .

Dans **la partie A** , vous prendrez soin de JUSTIFIER votre réponse. Dans **la partie B** , aucune justification n'est demandée.

Partie A (justifications demandées)

Soit f la fonction définie sur]0;+∞[par f(x) = $\frac{e^{2x}}{x}$

On donne l'expression de la dérivée seconde f'' de f définie sur]0;+∞[par : $f''(x) = \frac{2e^{2x}(2x^2-2x+1)}{x^3}$

1) La fonction f' , dérivée de f, est définie sur]0;+∞[par :

a. $f'(x)=2e^{2x}$ **b.** $f'(x)=\frac{e^{2x}(x-1)}{x^2}$

c. $f'(x)=\frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$ **d.** $f'(x)=\frac{e^{2x}(2x+1)}{x^2}$

2) La fonction f :

a. est décroissante sur]0;+∞[**b.** est monotone sur]0;+∞[

c. admet un minimum en $\frac{1}{2}$ **d.** admet un maximum en $\frac{1}{2}$

3) La fonction f est

a. concave sur]0;+∞[**b.** convexe sur]0;+∞[

c. concave sur $\left]0;\frac{1}{2}\right]$ **c.** est représenté par une courbe admettant un point d'inflexion

Partie B (justifications non demandées)

1) On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x)=x\,e^{-2x}$.

On note f'' la dérivée seconde de f . Quel que soit le réel x, $f''(x)$ est égal à :

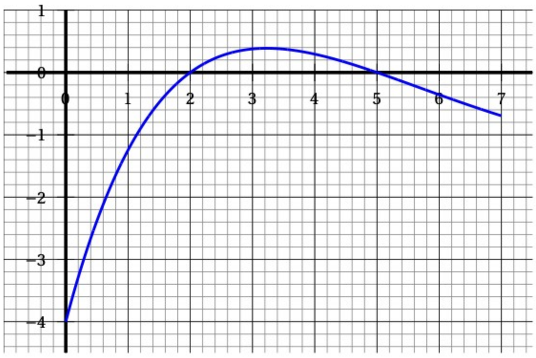
a. $(1-2x)e^{-2x}$ **b.** $4(x-1)e^{-2x}$

c. $4e^{-2x}$ **d.** $(x+2)e^{-2x}$

2) Un élève de première générale choisit trois spécialités parmi les douze proposées. Le nombre de combinaisons possibles est :

a. 1728 **b.** 1320 **c.** 220 **d.** 33

3. On donne ci-dessous la représentation graphique de f' fonction dérivée d'une fonction f définie sur [0;7]



Le tableau de variation de la fonction f sur [0;7] est :

a.

x	0		3,25		7
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

b.

x	0		2		5		7
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

c.

x	0		2		5		7
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

d.

x	0		2		7
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

4. Une entreprise fabrique des cartes à puces. Chaque puce peut représenter deux défauts A et B .
Une étude statistique montre que 2,8 % des puces ont le défaut A , 2,2 % des puces ont le défaut B et heureusement 95,4 % des puces n'ont aucun des deux défauts.
La probabilité qu'une puce prélevée au hasard ait les deux défaut est :

a. 0,05 **b.** 0,004 **c.** 0,046 **d.** on ne peut pas savoir

<u>Exercice 2</u> 7 points

Dans cet exercice, les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.
La leucose féline est une maladie touchant les chats ; elle est provoquée par un virus.
Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie. On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.

Ce test possède les caractéristiques suivantes.

- Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas.
- Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.

On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire et on considère les évènements suivants :

- M : Le chat est porteur de la maladie
- T : Le test du chat est positif
- $\overline{M}$ et $\overline{T}$ désignent les évènements contraires des évènements M et T respectivement.

1. a. Traduire la situation par un arbre pondéré.

b. Calculer la probabilité que le chat soit porteur de la maladie et que son test soit positif.

c. Montrer que la probabilité que le test du chat soit positif est égale à 0,45.

d. On choisit un chat parmi ceux dont le test est positif . Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie.

2. On choisit dans le centre vétérinaire un échantillon de 20 chats au hasard.

On admet que l'on peut assimiler ce choix à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de chats présentant un test positif dans l'échantillon choisi.

a. Déterminer, en justifiant, la loi suivie par la variable aléatoire X.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon exactement 5 chats présentant un test positif.

c. Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon au plus 8 chats présentant un test positif.

d. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Dans cette question, on choisit un échantillon de n chats dans le centre, qu'on assimile encore à un tirage avec remise. On note p_n la probabilité qu'il y ait au moins un chat présentant un test positif dans cet échantillon.

a. Montrer que $p_n = 1-0{,}55^n$.

b. Décrire le rôle du programme ci-contre écrit en langage Python, dans lequel la variable n est un entier naturel et la variable P un nombre réel.

c. Déterminer, en précisant la méthode employée, la valeur renvoyée par ce programme.

```
def seuil() :
    n = 0
    P = 0
    while P < 0,99 :
        n = n + 1
        P = 1 − 0,55 ** n
    return n
```

Exercice 3

Cécile a invité des amis à déjeuner sur sa terrasse. Elle a prévu en dessert un assortiment de gâteaux individuels qu'elle a achetés surgelés.
Elle sort les gâteaux du congélateur à −19 °C et les apporte sur la terrasse où la température est de 25 °C.

Au bout de 10 minutes la température des gâteaux est de 1, 3 °C.

I – Premier modèle

On suppose que la vitesse de décongélation est constante c'est-à-dire que l'augmentation de la température est la même minute après minute. Selon ce modèle, déterminer quelle serait la température des gâteaux 25 minutes après leur sortie du congélateur.

Ce modèle semble-t-il pertinent ?

II – Second modèle

On note T_n la température des gâteaux en degré Celsius, au bout de n minutes après leur sortie du congélateur ; ainsi $T_0 = -19$.
On admet que pour modéliser l'évolution de la température, on doit avoir la relation suivante

Pour tout entier naturel n, $T_{n+1} - T_n = -0{,}06 \times (T_n - 25)$.

1. Justifier que, pour tout entier n, on a $T_{n+1} = 0{,}94T_n + 1{,}5$
2. Calculer T_1 et T_2. On arrondira les valeurs au dixième
3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $T_n \leq 25$.

   En revenant à la situation étudiée, ce résultat était-il prévisible ?
4. Étudier le sens de variation de la suite (T_n).
5. Démontrer que la suite (T_n) est convergente.
6. On pose pour tout entier naturel n, $U_n = T_n - 25$.
   a. Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme U_0.
   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $T_n = -44 \times 0{,}94^n + 25$.
   c. En déduire la limite de la suite (T_n).

   Interpréter ce résultat dans le contexte de la situation étudiée.

7. a. Le fabricant conseille de consommer les gâteaux au bout d'une demi-heure à température ambiante après leur sortie du congélateur. Quelle est alors la température atteinte par les gâteaux ? On donnera une valeur arrondie à l'entier le plus proche.

b. Cécile est une habituée de ces gâteaux, qu'elle aime déguster lorsqu'ils sont encore frais, à la température de 10 °C. Donner un encadrement entre deux entiers consécutifs du temps en minutes après lequel Cécile doit déguster son gâteau.

c. Le programme suivant, écrit en langage Python, doit renvoyer après son exécution la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle $T_n \geq 10$.

Recopier ce programme sur la copie et compléter les lignes incomplètes afin que le programme renvoie la valeur attendue.

```
def seuil() :
   n=0
   T= ........................
   while T...................
         T= .................
         n=n+1
   return
```