DS Spécialité TA : complément dérivation Corrigé

Le jeudi 7 octobre

Exercice 1 :

1) $f(x)=\sqrt{2x^2-3x+1}$ $\quad f'(x)=\dfrac{4x-3}{2\sqrt{2x^2-3x+1}}$

2) $f(x)=(x^2+2x-9)^4$ $\quad f'(x)=4\cdot(2x+2)(x^2+2x-9)^3 = (8x+8)(x^2+2x-9)^3$

3) $f(x)=\dfrac{e^{-3x}}{3x-5}$ $\quad f'(x)=\dfrac{-3e^{-3x}(3x-5)-e^{-3x}\cdot 3}{(3x-5)^2} = \dfrac{e^{-3x}(-9x+15-3)}{(3x-5)^2} = \dfrac{(-9x+12)e^{-3x}}{(3x-5)^2}$

Exercice 2 :

1)a) $f(x)=(3-x)e^x+1$ donc $f'(x)=-e^x+(3-x)e^x = (2-x)e^x$

$$f''(x)=-e^x+(2-x)e^x = (1-x)e^x$$

b) Il faut étudier le signe de f'

Comme e^x est positif pour tout x, f'(x) est du signe de $2-x$ donc :

pour tout x ∈]–∞;2], f'(x)≥0 et f est croissante

pour tout x ∈ [2;+∞[, f'(x) est négatif et f est décroissante

x	–∞		2		+∞
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		↗	e^2+1	↘	

c) Il faut étudier le signe de f''. Le signe de f'' est celui de 1-x donc

x	–∞		1		+∞
signe de f''		+	0	–	

pour tout x ∈]–∞;1], f'' est positive donc f est convexe

pour tout x ∈ [1;+∞[, f'' est négative donc f est concave

La dérivée s'annule en changeant de signe en 1 donc la courbe admet un point d'inflexion d'abscisse 1

2) a) $g'(x)=-3x^2+6x = x(-3x+6)$

g'(x) est donc un polynôme du second degré de racines 0 et 2 donc il est du signe de a sauf entre ses racines :

x	–∞		0		2		4
$g'(x)$		–	0	+	0	–	
$g(x)$		↘	-1	↗	3	↘	-17

g(0)=-1 et g(2)=3 et g(4)=-17

b) L'équation de la tangente est : $y=g'(1)(x-1)+g(1)$ avec g(1)=1 et g'(1)=3 donc

$y=3(x-1)+1$

$y=3x-2$

c) $g''(x)=-6x+6$

Pour tout x ∈]–∞;1], g''(x) est positive donc g est convexe

Pour tout x ∈ [1;4], g''(x) est négative donc g est concave

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en 1 donc la courbe admet un point d'inflexion en x = 1

d) En x = 1 , la courbe admet un point d'inflexion donc la tangente traverse la courbe en x = 1 et comme g passe de convexe à concave, on a donc la courbe au dessus de la tangente sur]–∞;1[et en dessous sur [1;4] c'est à dire h positive sur]–∞;1[et négative sur [1;4]

Exercice 3 :

Partie A

1) $f(x)=(x^2+x)e^x$ $f'(x)=(2x+1)e^x+(x^2+x)e^x = (x^2+3x+1)e^x$

$f''(x)=(2x+3)e^x+(x^2+3x+1)e^x = (x^2+5x+4)e^x$

x^2+5x+4 admet deux racines -1 et -4 donc deux points d'inflexion et convexe sur [0;+∞[

réponses b) et d)

2) réponses b) et c) 3) réponses b) et c)

Partie B

a) La fonction représentée par la courbe passant pas B est négative sur [0;2] et positive sur [2;4] pendant que l'autre est décroissante sur [0;2] et croissante sur [2;4] donc la courbe passant par B est celle de la dérivée seconde et l'autre de la dérivée

b) La dérivée seconde est négative sur [0;2] , s'annule en 2 et est positive sur [2;4] donc f est concave sur [0;2] , convexe sur [2;4] et admet un point d'inflexion en 2