.

DS Spécialité mathématiques

le Mardi 20 septembre

1 heure

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 0$ et pour tout n $\in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$

1) Montrer par récurrence que pour tout n $\in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 4$

2) a) Montrer que : $u_{n+1}^2 - u_n^2 = -(u_n + 1)(u_n - 4)$

b) En déduire que la suite (u_n) est croissante

Exercice 2

Pour chacune des informations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1) On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

- $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{3}\sqrt{u_n^2 + 8}$
- $v_n = u_n^2 - 1$ pour tout entier naturel n.

Affirmation 1 : La suite (v_n) est une suite géométrique

2) Soit (p_n) la suite définie par $p_n = n^2 - 42n + 4$

Affirmation 2 : La suite (p_n) est une suite strictement décroissante

3) Soit (k_n) une suite dont tous les termes sont non nuls
Soit la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n = -\frac{2}{k_n}$

Affirmation 3 : Si la suite (k_n) est minorée par 2 alors la suite (w_n) est minorée par -1

Exercice 3

On cherche à modéliser l'évolution du nombre d'individus d'une population par une suite

Soit u_n le nombre d'individus de cette population, exprimé en milliers, l'année n.

On pose n = 0 en 2017, $u_0 = 12$ et pour tout n ≥ 0,$u_{n+1} = -\frac{1}{180}u_n^2 + 1,25u_n$

1) Soit f la fonction définie sur [0 ;50] par $f(x) = -\frac{1}{180}x^2 + 1,25x$

a) Démontrer que f est une fonction croissante sur [0 ;50]

b) Résoudre l'équation f(x)=x

2) a) En remarquant que $u_{n+1} = f(u_n)$, démontrer par récurrence que :

$$\text{pour tout entier naturel n , } 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 45$$

b) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

3) On souhaite déterminer le nombre d'années au bout duquel la population dépassera les 42 000 individus .
On propose pour cela l'algorithme suivant :

```
n = ...
u = ...
while .... :
    u = ...
    n = ...
print(....)
```

a) Compléter cet algorithme afin qu'il affiche en sortie le plus petit entier N tel que $u_N > 42$.

b) A l'aide de votre calculatrice, déterminer en quelle année cela se produira