Interrogation écrite Terminale **Limites de suites**

Jeudi 25 novembre 2021
1 heure

Exercice 1 : **7 points**

Déterminer la limite des suites suivantes par la méthode de votre choix :

a) $u_n = \dfrac{2n^2+4}{n+8}$ b) $u_n = 5n^2-4n+2$ c) $u_n = 4+\dfrac{\sin(n)}{n}$

d) $u_n = \dfrac{5}{4+0{,}6^n}$ e) $u_n = \dfrac{3^n+2^n}{4^n}$ f) $u_n = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

Exercice 2 : **6 points**

Dire si chacune des affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant soigneusement la réponse

Soit (u_n) une suite de termes strictement positifs :

Affirmation 1 : Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \leq 5$ alors la suite (u_n) converge

Affirmation 2 : Si pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \geq \dfrac{n}{2}$ alors la suite (u_n) diverge

Pour les deux affirmations suivantes on définit la suite (v_n) par $v_n = -\dfrac{2}{u_n}$

Affirmation 3 : Si (u_n) est convergente alors (v_n) est convergente

Affirmation 4 : Si (u_n) est divergente alors (v_n) converge vers 0

Exercice 3 : **7 points**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \dfrac{1+3u_n}{3+u_n}$.

On admet que tous les termes de la suite sont définis et strictement positifs .

1) Démontrer que $u_{n+1}-1 = 2-\dfrac{8}{3+u_n}$

2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , on a $u_n>1$

3) a) Etablir que pour tout entier naturel n , $u_{n+1}-u_n = \dfrac{(1-u_n)(1+u_n)}{3+u_n}$

b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n)

c) En déduire que la suite (u_n) converge vers un réel ℓ .

d) Déterminer cette limite ℓ .