

DM Terminale spécialité math

Exercice 1 :

On étudie la vitesse de rotation d'un moteur dont la vitesse de rotation à vide est $150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans la phase d'embrayage, cette vitesse, exprimée en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ est modélisée par une fonction solution sur $[0; +\infty[$ de l'équation différentielle (E) : $\frac{1}{200} y' + y = 146$.

Soit w la fonction solution de cette équation différentielle.

On considère que la vitesse de rotation du moteur est stabilisée lorsque la quantité $\frac{w(t) - 146}{146}$

est inférieure à 0,01. Calculer le temps mis par le moteur pour stabiliser sa vitesse.

On donnera la valeur exacte puis la valeur approchée au millième de seconde

Exercice 2 :

Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} et F une primitive de f sur \mathbb{R} .

- 1) Dire en justifiant la réponse si l'énoncé suivant est vrai ou faux : « si f est positive sur \mathbb{R} alors F est croissante sur \mathbb{R} »
- 2) Énoncer la réciproque de la proposition précédente. Cette réciproque est-elle vraie ou fautive ? Justifier la réponse

Exercice 3 :

Un circuit électrique est constitué d'un condensateur de capacité $C = 75 \times 10^{-6}$ farads d'une résistance $R = 2 \times 10^4$ ohms, d'un générateur G et d'un interrupteur. On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$ et le générateur délivre une tension V .

La tension U aux bornes du condensateur est alors solution sur $[0; +\infty[$ de l'équation différentielle

$$(1) : RC U'(t) + U(t) = V(t)$$

On suppose que $V(t) = 6 e^{-\frac{2}{3}t}$ où t est exprimée en secondes. De plus la charge initiale du condensateur impose la condition (2) : $U(0) = \frac{1}{3} V(0)$

- 1) Montrer que la fonction U_1 définie sur $[0; +\infty[$ par $U_1(t) = 4 t e^{-\frac{2}{3}t}$ est une solution de l'équation (1)
- 2) En déduire la solution générale de (1) puis la solution U vérifiant (2)
- 3) Étudier le sens de variation de U et calculer sa limite en $+\infty$

