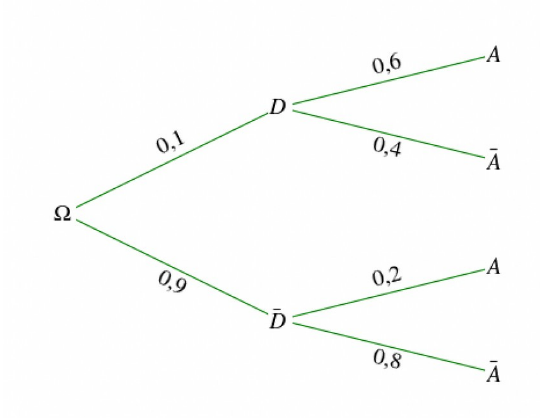
Correction Bac Blanc

## Exercice 1 :

### PARTIE I




2) P( D ∩ A ) = $P_D(A) \cdot P(A)$ = $0{,}6 \cdot 0{,}1$ = 0,06

3) D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales :

P(A) = P( D ∩ A ) + P ( $\overline{D}$ ∩ A )
= 0,06 + $0{,}9 \cdot 0{,}2$
= 0,24

4) On cherche $P_A(\overline{D}) = \dfrac{P(A \cap \overline{D})}{P(A)} = \dfrac{0{,}9 \cdot 0{,}2}{0{,}24} = 0{,}75$

### PARTIE II

1) a) Le choix d'un candidat est une épreuve de Bernoulli de succès « le candidats est admis » de paramètre 0,24 . Comme on choisit 7 candidats indépendamment les uns des autres, X suit une loi binomiale de paramètres 0,24 et 7

b) On veut P(X=4) = $\binom{7}{4} 0{,}24^4 \cdot 0{,}76^3$ = 0,0509 donc 0,051 à $10^{-3}$

c) On cherche P(X≥2) = $1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - 0{,}76^7 - 7 \cdot 0{,}24^1 \cdot 0{,}76^6$ =0,5298 donc 0,530 à $10^{-3}$

2) a) Si on appelle $Y_n$ la variable aléatoire qui compte le nombre d'élèves de ce lycée qui sont admis dans cette école, $Y_n$ suit une loi binomiale de paramètres 0,24 et n .

On cherche $P(Y_n = 0) = 0{,}76^n$

b) $P(Y_n \geq 1) = 1 - P(Y_n = 0) = 1 - 0{,}76^n$

On veut $1 - 0{,}76^n \geq 0{,}99$ ce qui donne $0{,}76^n \leq 0{,}01$

$$\ln(0{,}76^n) \leq \ln(0{,}01)$$
$$n \cdot \ln(0{,}76) \leq \ln(0{,}01)$$
$$n \geq \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}76)}$$
$n \geq 16{,}78$ donc dès que n ≥ 17

## Exercice 2 :

### PARTIE A

1) a) Chaque année on remplace 2 % des panneaux solaires donc il en reste 98 % soit $0{,}98 \cdot u_n$ et comme on en installe 250 supplémentaires, on a bien $u_{n+1} = 0{,}98\, u_n + 250$

b) On veut $u_n > 12000$ . La calculatrice donne 68 il faut attendre 68 ans pour que l'objectif soit atteint

| | |
|---|---|
| 54 | 11848,35688 |
| 55 | 11861,38974 |
| 56 | 11874,16194 |
| 57 | 11886,6787 |
| 58 | 11898,94513 |
| 59 | 11910,96623 |
| 60 | 11922,7469 |
| 61 | 11934,29197 |
| 62 | 11945,60613 |
| 63 | 11956,694 |
| 64 | 11967,56012 |
| 65 | 11978,20892 |
| 66 | 11988,64474 |
| 67 | 11998,87185 |
| 68 | 12008,89441 |
| 69 | 12018,71652 |
| 70 | 12028,34219 |
| 71 | 12037,77535 |
| 72 | 12047,01984 |
| 73 | 12056,07944 |

c)
```
u=10560
n=0
while u<12000 :
    u=0,98*u+250
    n=n+1
```

2) Initialisation : n = 0 $u_0 = 10560 < 12500$
relation vraie au rang 0

SQ il existe un entier n tel que $u_n \leq 12500$

DQ $u_{n+1} \leq 12500$

$$u_n \leq 12500$$
$$0{,}98\, u_n + 12500 \leq 0{,}98 \cdot 12500 + 250$$
$$u_{n+1} \leq 12500$$

La propriété est donc héréditaire or la propriété est vraie au rang 0 donc par hérédité elle est vraie pour tout n

3) $u_{n+1}-u_n=0{,}98\,u_n+250-u_n\ =\ -0{,}02\,u_n+250$
or $u_n\leq 12500$ donc $0{,}02\,u_n+250\geq 0{,}02\cdot 12500+250$ cad
$u_{n+1}-u_n\geq 0$
$u_{n+1}\geq u_n$
La suite $(u_n)$ est donc croissante
4) a) $v_{n+1}=u_{n+1}-12500$
$=\ 0{,}98\,u_n+250-12500$
$=\ 0{,}98\,u_n-12250$
$=\ 0{,}98\left(u_n-\dfrac{12250}{0{,}98}\right)$
$=\ 0{,}98\,(u_n-12500)$
$=0{,}98\ \ v_n$
$(v_n)$ est donc une suite géométrique de raison 0,98 de premier terme $v_0=u_0-12500=-1940$

b) $v_n=v_0\cdot q^n\ =\ -1940\cdot 0{,}98^n$ d'où $u_n=-1940\cdot 0{,}98^n+12500$
c) quand n devient de plus en plus grand, $u_n$ se rapproche de 12500

**Partie B**

1) $f'(x)=-500\cdot(-0{,}02)\cdot \mathrm{e}^{-0{,}02x+1{,}4}\ =\ 10\,\mathrm{e}^{-0{,}02x+1{,}4}$ > 0 donc f est croissante sur $\mathbb{R}$ .
2) Plus les années passent plus le nombre de panneaux solaires se rapprochent de 12500
3) On veut $f(x)\geq 12000$
$12500-500\,\mathrm{e}^{-0{,}02x+1{,}4}\geq 12000$
$-500\,\mathrm{e}^{-0{,}02x+1{,}4}\geq -500$
$e^{-0{,}02x+1{,}4}\leq 1=e^0$
$-0{,}02x+1{,}4\leq 0$
$x\geq \dfrac{1{,}4}{0{,}02}=70$
il faudra donc attendre 70 ans

**<u>Exercice 3:</u>**

**<u>Partie A</u>**
$f(x)=(-5x^2+10)\mathrm{e}^x$
$f'(x)=(-5x^2-10x+10)\mathrm{e}^x$
$f''(x)=(-5x^2-20x)\mathrm{e}^x$
Le signe de $f''$ est celui de $-5x^2-20x=-5x(x+4)$ deux racines 0 et -4

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *signe de f ''* | | $-$ | 0 | + | 0 | $-$ | |
| *convexité de f* | | concave | ⋮ | convexe | ⋮ | concave | |

La dérivée seconde s'annule en -4 et 0 en changeant de signe donc Cf admet deux point d'inflexion au point de coordonnées A(0;10) et $\mathrm{B}(-4;-70\,\mathrm{e}^{-4})$

**<u>Partie B</u>**

1) a) $f(x)=x+1+x\,\mathrm{e}^{-x}$
$f'(x)=1+1\,\mathrm{e}^{-x}-x\,\mathrm{e}^{-x}\ =\ 1+(1-x)\mathrm{e}^{-x}$
$f''(x)=-1\,\mathrm{e}^{-x}-(1-x)\mathrm{e}^{-x}\ =\ (-2+x)\mathrm{e}^{-x}$

b) On cherche le signe de $f''$ . Ce signe est celui de $-2+x$ car $\mathrm{e}^{-x}$ >0 d'où
pour tout x≥2, $f''\geq 0$ et $f'$ croissante
pour tout x≤2, $f''\leq 0$ et $f'$ décroissante

c) d'après les variations de $f'$, $f'$ admet un minimum atteint en $x=2$ ce minimum vaut $f'(2)=1-e^{-2}$ $\approx 0{,}86$ . Ce minimum étant positif, $f'$ est strictement positive sur $\mathbb{R}$ .

d) $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ avec $f'(0)=2$ et $f(0)=1$ donc
$y=2x+1$

e) pour tout x ≤ 2 , $f''$ est négative (question 1) b) ) ainsi f est concave pour x ≤ 2 . La courbe Cf est donc en dessous de toutes ses tangentes sur cet intervalle en particulier pour x = 0 d'où pour tout x ≤ 2 , f(x) ≤ y c'est à dire $f(x)\leq 2x+1$

2) a) $f(x)=2 \Leftrightarrow x+1+xe^{-x}=2 \Leftrightarrow x(1+e^{-x})=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{1+e^{-x}} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{e^{x}}} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\dfrac{e^{x}+1}{e^{x}}}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$

b) $h'(x)=\dfrac{e^{x}(e^{x}+1)-e^{x}\cdot e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}} = \dfrac{e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}$ > 0 donc h est croissante

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | |
| $h(x)$ | $\frac{1}{2}$ | $\nearrow$ | $\frac{e}{e+1}$ |

c) f(x) = 2 ⇔ h(x) = x
Ainsi un encadrement de h(x) donne un encadrement de x c'est à dire x ∈ $\left[\frac{1}{2};\frac{e}{e+1}\right]$