.

Bac Blanc 1 Epreuve de mathématiques
Terminales A et B

le Mercredi 10 Novembre 2021

3 heures Calculatrice en mode examen

Exercice 1 —————————————————————————— 7 points

Dans une école de statistique, après étude des dossiers de candidats, le recrutement se fait de deux façons :

- 10 % des candidats sont sélectionnés sur dossier. Ces candidats doivent ensuite passer un oral à l'issue duquel 60 % d'entre eux sont finalement admis à l'école
- Les candidats n'ayant pas été sélectionnés sur dossier passent une épreuve écrite à l'issue de laquelle 20 % d'entre eux sont admis à l'école

Partie I

On choisit au hasard un candidat à ce concours de recrutement. On notera :

- D l'événement "le candidat a été sélectionné sur dossier"
- A l'événement "le candidat a été admis dans l'école"

1)Traduire la situation par un arbre pondéré

2) Calculer la probabilité que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école

3) Montrer que la probabilité de l'événement A est égale à 0,24

4) On choisit au hasard un candidat admis à l'école.

Quelle est la probabilité que son dossier n'ait pas été sélectionné ?

Partie II

1)On admet que la probabilité pour un candidat d'être admis à l'école est égale à 0,24.

On considère un échantillon de 7 candidats choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant les candidats admis à l'ecole parmi les sept tirés au sort.

a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres

b) Calculer la probabilité que seuls quatre candidats tirés au sort soit admis à l'école.

On donnera une réponse arrondie au millième.

c) Calculer la probabilité qu'au moins deux des sept candidats soient admis à cette école.

On donnera une réponse arrondie au millième.

2) Un lycée présente n candidats au recrutement dans cette école, où n est un entier naturel non nul.

On admet que la probabilité pour un candidat d'être admis dans cette école est égale à 0,24 et que les résultats des candidats sont indépendants les uns des autres

a) Déterminer, en fonction de n, la probabilité qu'aucun candidat issu de ce lycée ne soit admis à l'école.

b) A partir de quelle valeur de l'entier n, la probabilité qu'au moins un élève de ce lycée soit admis à l'école est-elle supérieure ou égale à 0,99

Exercice 2 — 6 points

Au 1er Janvier 2020, la centrale solaire de Big Sun possédait 10560 panneaux solaires. On observe, chaque année, que 2 % des panneaux se sont détériorés et nécessitent d'être retirés tandis que 250 nouveaux panneaux solaires sont installés.

Partie A : Modélisation à l'aide d'une suite

On modélise l'évolution du nombre de panneaux solaires par la suite (u_n) définie par $u_0 = 10560$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,98u_n + 250$ où u_n est le nombre de panneaux solaires au 1er Janvier de l'année 2020+n.

1) a) Expliquer pourquoi cette modélisation correspond à la situation étudiée.

b) On souhaite savoir au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires sera strictement supérieur à 12000 . A l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.

c) Recopier et compléter le programme en python ci-contre de sorte que la valeur cherchée à la question précédente soit stockée dans la variable n à l'issue de l'exécution de ce dernier

```
u =
n =
while ............. :
    u = ............
    n = ............
```

2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a $u_n \leq 12500$

3) Démontrer que la suite (u_n) est croissante

4) On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 12500$

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer alors v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n .

c) Conjectuer alors le comportement de la suite (u_n) quand n devient de plus en plus grand

Partie B : Modélisation à l'aide d'une fonction

Une modélisation plus précise a permis d'estimer le nombre de panneaux solaires de la centrale à l'aide de la fonction f définie pour tout réel x $\in [0; +\infty[$ par $f(x) = 12500 - 500e^{-0,02x+1,4}$

où x représente le nombre d'années écoulées depuis le 1er Janvier 2020.

1) Etudier le sens de variation de f

2) A l'aide de la calculatrice, conjecturer le comportement de f plus les années passent.

3) En utilisant ce modèle, déterminer au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires dépassera 12 000.

Exercice 3 — 7 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-5x^2 + 10)e^x$

Etudier la convexité de la fonction f .

On précisera les éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de f

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + xe^{-x}$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère .

a) Déterminer f', la dérivée de f et f" la dérivée seconde de f .

b) Etudier le sens de variation de f'

c) En déduire que pour tout réel x, f'(x) > 0

d) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 .

e) En déduire, sans calcul, que pour tout réel x ≤ 2, $f(x) \leq 2x + 1$