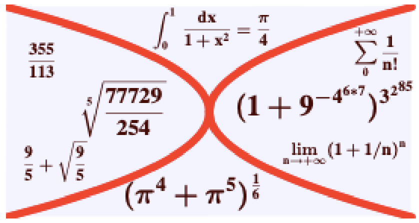
Dérivation et fonction composée



Terminale B
Le 1 octobre 2020

Exercice 1 : Recopier et compléter les formules de dération suivantes :

$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ $\qquad (u^n)' = nu'u^{n-1} \qquad (e^u)' = u'e^u$

Exercice 2 : Calculer la dérivée de fonction f sans se soucier des intervalles sur lesquels elle est dérivable

1) f(x) = $\sqrt{x^2-10x+1}$ $\qquad$ 2) f(x) = $(3e^x+4)^7$ $\qquad$ 3) f(x) = $e^{\sqrt{x}}$

1) $f'(x)=\dfrac{2x-10}{2\sqrt{x^2-10x+1}}$ $\qquad$ 2) $f'(x)=7\times 3e^x\times(3e^x+4)^6$ $\qquad$ 3) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$

Exercice 3 : a) Calculer la dérivée **seconde** de la fonction f proposée ci-dessous : (on admet que f est deux fois dérivables) $\qquad$ f(x) = e^{3x^2+2}

$f'(x)=6xe^{3x^2+2}$ et pour calculer f'' on a un u*v a considérer donc :

$f''(x)=6e^{3x^2+2}+6x\times 6xe^{3x^2+2} = 6e^{3x^2+2}(1+6x^2)$

b) en déduire alors le sens de variation de la fonction f' dérivée de f

Pour tout x ∈ IR , e^{3x^2+2} est positif donc le signe de f'' est celui de $1+6x^2$ or $1+6x^2$ est une somme de positif supérieure ou égal à 1 donc positive donc $f''(x)>0$ et f' est croissante

Exercice 4 : Décomposer chacune des fonctions suivantes sous la forme $u\circ v$ où u et v sont deux fonctions de référence : a) f(x) = e^{3x-5} $\qquad$ b) f(x) = $\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{5}{x}-2$

a) $u(x)=e^x$ et $v(x)=3x-5$ $\qquad$ b) $f(x)=3\times\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+5\times\left(\dfrac{1}{x}\right)-2$

donc $u(x)=3x^2+5x-2$ et $v(x)=\dfrac{1}{x}$

Exercice 5 : Déterminer $u\circ v$ puis $v\circ u$ en précisant à chaque fois l'ensemble de définition dans le cas où : $\qquad$ u(x) = $5x+3$ $\qquad$ et $\qquad$ v(x) = $\sqrt{x}$

D_u = IR $\qquad$ D_v = IR⁺

- $u\circ v(x)$ existe ⇔ x ∈ D_v et v(x) ∈ D_u

  ⇔ x ∈ IR⁺ et 5x+3 ∈ IR .

  ⇔ x ∈ IR⁺ donc $D_{u\circ v}$ = IR⁺

  $u\circ v(x)=u(v(x))=u(\sqrt{x})=5\sqrt{x}+3$

- $v\circ u(x)$ existe ⇔ x ∈ D_u et u(x) ∈ D_v

  ssi x ∈ IR et 5x+3 ∈ IR⁺

  ⇔ 5x+3 ≥ 0

  ⇔ $x\geq -\dfrac{3}{5}$ donc $D_{v\circ u} = \left[-\dfrac{3}{5};+\infty\right[$

$v\circ u(x)=v(u(x)) = v(5x+3) = \sqrt{5x+3}$