<u>Interrogation 1 : la convexité</u>

I - Soit $f(x) = x^3-3x^2-6x+18$

Etudier la convexité de f . On précisera les points d'inflexion éventuels de C_f

f est un polynôme donc f est deux fois dérivables

$f'(x)=3x^2-6x-6$

$f''(x)=6x-6$

on étudie alors le signe de f'' :

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$signe\,de\,6x-6$	+ 0 −

Pour tout x ∈ [1;+∞[, $f''(x)\geq 0$ donc la fonction f est convexe

Pour tout x ∈]-1;+∞[, $f''(x)\leq 0$ donc la fonction f est concave

Comme la dérivée seconde s'annule en 1 en changeant de signe , Cf admet un point d'inflexion noté A au point d'abscisse 1 . $f(1)=1-3-6+18=10$ donc A (1 ; 10)

II- Même question avec la fonction $g(x) = x\mathrm{e}^x$

g est un produit de fonctions deux fois dérivables sur ℝ donc g est deux fois dérivables sur ℝ

$g'(x)=1\times \mathrm{e}^x+x\times \mathrm{e}^x=\mathrm{e}^x(1+x)$

$g''(x)=\mathrm{e}^x(1+x)+\mathrm{e}^x\times 1 = \mathrm{e}^x(1+x+1) = \mathrm{e}^x(2+x)$

pour tout x ∈ ℝ , e^x est strict positif donc le signe de g'' est celui de $2+x$ d'où :

pour tout x ∈ [-2;+∞[, $g''(x)$ est positif et g est convexe

pour tout x ∈]-∞ ;-2], $g''(x)$ est négatif et g est concave

Comme g'' s'annule en -2 en changeant de signe , Cg admet un point d'inflexion noté I au point d'abscisse -2. $g(-2)=-2\mathrm{e}^{-2}$ donc $\mathrm{I}(-2;-2\mathrm{e}^{-2})$