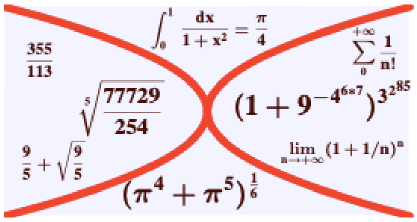
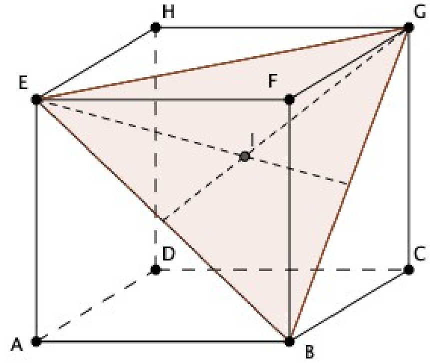


Interrogation Terminale

3 février 2021

Exercice 1 :



ABCDEFGH est un cube d'arête 1. On munit l'espace du repère orthonormé (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$)

a) Déterminer les coordonnées des points B , E , G , F

b) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EG}$

c) On admet que le point d'intersection I des médiatrices du triangle EGB vérifie l'égalité : $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Démontrer que I a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

d) Démontrer que I est le projeté orthogonal du point F sur le plan (EGB)

e) Déterminer la distance du point F au plan (EBG)

Exercice 2 :

On se place dans un repère orthonormé.

On considère un plan P de base ($\vec{u}$; $\vec{v}$) tel que $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$ et un plan Q de vecteur normal $\vec{n}\,'\begin{pmatrix}2\\8\\1\end{pmatrix}$.

1) On note $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ (avec a , b et c réels) un vecteur normal au plan P.

a) Montrer que les coordonnées de $\vec{n}$ vérifient le système suivant : $\begin{cases} a-2b+5c=0 \\ 4b-3c=0 \end{cases}$

b) Montrer que ce système est équivalent au système suivant : $\begin{cases} a=-\frac{7}{2}c \\ b=\frac{3}{4}c \end{cases}$

c) Donner alors un vecteur normal de coordonnées entières au plan P

2) Que peut-on en déduire sur la position relative des plans P et Q ?

Exercice 3 :

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $M(1;-1;-1)$, $N(0;3;4)$ et $P(2;0;2)$.

Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{MP}$ de deux façons et en déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{PMN}$.

Exercice 4 : L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) . On donne les points $A(1;0;-1)$, $B(1;2;3)$, $C(-5;5;0)$ et $D(11;1;-2)$

Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]

Le point K est défini par $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

a) Déterminer les coordonnées des points I , J , K

b) Démontrer que les points I , J , K définissent un plan

c) Montrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(3;1;4)$ est un vecteur normal au plan (IJK)

d) Démontrer que le plan (IJK) et la droite (BD) sont sécants