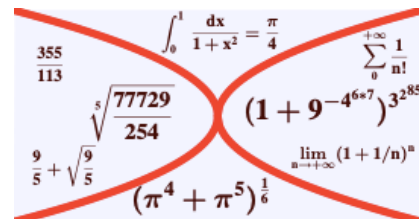


Terminale B

Mardi 15 septembre 2020
1 heure



Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1}=u_n+2n+2$

Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n , $u_n=n^2+n$

Exercice 2 : Soit (u_n) la suite définie par $u_0=1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

- 1) Calculer u_1 et u_2
- 2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n < 4$
- 3) En utilisant la question précédente, démontrer que la suite (u_n) est croissante
- 4) Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 4$
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = -3\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$
- 5) Soit S_n la suite définie par pour tout entier n par $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

Démontrer que $S_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4n$

Exercice 3 :

Voici un fonction écrite en langage python :

```
def somme(N) :  
    S = 0  
    for i in range(N):  
        S = S + i * (N - i)  
    return S
```

Quel résultat s'affiche dans la console si l'on entre l'instruction `somme(3)` ? `somme(4)` ?