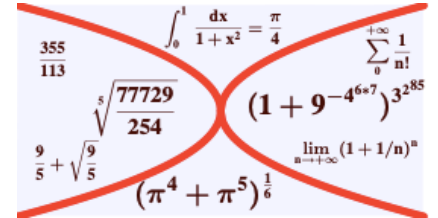


## DM 6 Terminale Spe math



### Exercice 1 :

ABCDEFGH est un cube de côté 1. K est le milieu du segment [EH].

On cherche l'ensemble  $\Delta$  des points M de l'espace tels que  $MB^2 - MD^2 = 1$

- 1) Montrer que K appartient à l'ensemble  $\Delta$
- 2) Soit M un point de l'espace. En utilisant des carrés scalaires de vecteurs, démontrer que

$$MB^2 - MD^2 = 1 \Leftrightarrow \overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$$

On pourra penser aux formules de polarisation

- 3) a) Soit M un point de l'ensemble  $\Delta$ . Que peut-on dire des vecteurs  $\overrightarrow{MK}$  et  $\overrightarrow{BD}$  ?  
b) En déduire que le point M appartient à un plan P que l'on déterminera.

4) Réciproquement, démontrer que tout point M du plan P appartient à l'ensemble  $\Delta$

5) Conclure

### Exercice 2 :

Pour étudier la population d'une espèce en voie d'extinction, on note  $f(t)$  le nombre en millier d'animaux vivants, à l'instant  $t$  (exprimé en année) et on admet que la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  est

solution de l'équation différentielle (E) :  $y' = -\frac{1}{50}y(4 - \ln(y))$  et que  $f(0) = 1$

1) On suppose que la fonction  $f$  est strictement positive sur  $[0; +\infty[$

Démontrer que  $f$  est solution de (E) si et seulement si  $\ln(f)$  est solution de l'équation différentielle

$$(E') : z' = \frac{1}{50}z - \frac{2}{25}$$

2) Résoudre (E') puis en déduire que pour tout  $t \in [0; +\infty[$ ,  $f(t) = e^{4 - 4e^{\frac{t}{50}}}$

3) En s'appuyant sur l'étude de la fonction  $f$ , que peut-on dire de l'évolution de cette population ?

4) Soit  $s$  un nombre réel tel que  $0 < s < 1$ .

Un élève a écrit l'algorithme suivant :

```
t ← 0
Tant que  $e^{4 - 4e^{\frac{t}{50}}} > s$  :
  t ← t+1
```

- a) Quelle est la valeur de  $t$  à la fin de l'exécution de l'algorithme lorsque  $s = 0,01$  ?
- b) Quelle est l'utilité de cet algorithme dans le contexte de l'exercice ?