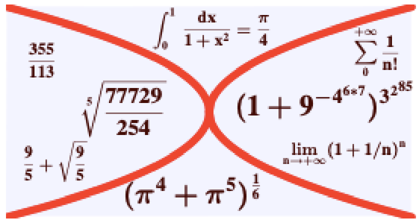
DM



Exercice 1 :

Un parachutiste chutait à la vitesse de 66 $m.s^{-1}$ avant d'ouvrir son parachute.

v(t) est sa vitesse de chute , en $m.s^{-1}$, t secondes après l'ouverture de celui-ci. Les frottements de l'air croissent rapidement avec la vitesse et pour tout t ≥ 0 , $v'(t)+\frac{g}{36}v^2(t)=g$ où g ≈ 9,81 est la constante gravitationnelle .

1) f est la fonction définie sur [0;+∞[par $f(t)=\frac{1}{v(t)-6}$

a) Après avoir exprimé $v^2(t)$ en fonction de f(t) , exprimer $v'(t)$ en fonction de $f(t)$ et $f'(t)$

b) En déduire que f est solution d'une équation différentielle (E) du type $y'=ay+b$. On donnera a et b en fonction de g

2) En déduire alors l'expression de la fonction v.

3) Etudier la limite de v en +∞ et interpréter ce résultat.

Exercice 2 :

Lors d'une expérience en laboratoire, on lance un projectile dans un milieu fluide. L'objectif est de déterminer pour quel angle de tir par rapport à l'horizontale la hauteur du projectile ne dépasse pas 1,6 mètre.

Comme le projectile ne se déplace pas dans l'air mais dans un milieu fluide, le modèle parabolique n'est pas retenue. On modélise le projectile par un point qui se déplace dans un plan vertical sur la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle [0;1] par $f(x)=bx+2\ln(1-x)$ où b est un paramètre réel supérieur ou égal à 2 .

1) La fonction f est dérivable sur [0;1]. Calculer $f'(x)$ et en déduire que le maximum de la fonction est égal à $b-2+2\ln\left(\frac{2}{b}\right)$.

2) Déterminer pour quelle valeur du paramètre b la hauteur maximale du projectile ne dépasse pas 1,6 mètre .