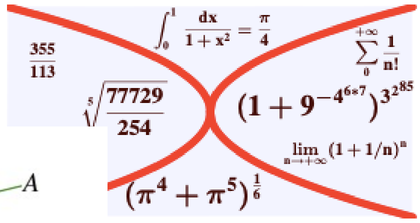
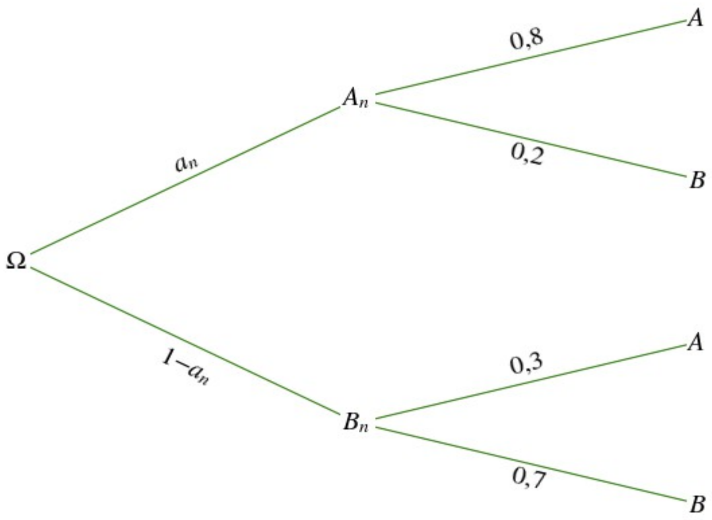


DM 2

n°83 p 37

1a)



b) Les événements A_n et B_n forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales, on a : $P(A_{n+1}) = P(A_n \cap A_{n+1}) + P(B_n \cap A_{n+1})$

$$a_{n+1} = a_n \times 0{,}8 + (1-a_n) \times 0{,}3$$
$$a_{n+1} = 0{,}5\, a_n + 0{,}3$$

2) Etude d'un cas particulier

a)

- Initialisation : n = 1

  $a_1 = 0{,}5$ donc $0 \leq a_n \leq 0{,}6$ la relation est vraie au rang 1

- SQ il existe un entier n tel que $0 \leq a_n \leq 0{,}6$ et DQ $0 \leq a_{n+1} \leq 0{,}6$

  $0 \leq a_n \leq 0{,}6$

  $0{,}5 \times 0 \leq 0{,}5 \times a_n \leq 0{,}5 \times 0{,}6$

  $0 \leq 0{,}5\, a_n \leq 0{,}3$

  $0{,}3 \leq 0{,}5\, a_n + 0{,}3 \leq 0{,}6$

  $0 \leq 0{,}3 \leq a_{n+1} \leq 0{,}6$

  La relation est donc héréditaire

  or elle est vraie au rang 1 donc elle est vraie pour tout entier naturel n ≥ 1

b) Etudions le signe de $a_{n+1} - a_n$

$$a_{n+1} - a_n = 0{,}5\, a_n + 0{,}3 - a_n$$
$$a_{n+1} - a_n = -0{,}5\, a_n + 0{,}3$$

On sait que $0 \leq a_n \leq 0{,}6$ donc

$$0 \geq -0{,}5\, a_n \geq -0{,}3$$
$$0{,}3 \geq -0{,}5\, a_n + 0{,}3 \geq 0$$

d'où $a_{n+1} - a_n \geq 0$ c'est à dire $a_{n+1} \geq a_n$ et la suite est croissante

3. Etude du cas général

a) Il faut montrer que $u_{n+1}=q\times u_n$

$$u_{n+1}=a_{n+1}-0{,}6$$
$$u_{n+1}=0{,}5\,a_n+0{,}3-0{,}6$$
$$u_{n+1}=0{,}5\,a_n-0{,}3$$
$$u_{n+1}=0{,}5\left(a_n-\frac{0{,}3}{0{,}5}\right)$$
$$u_{n+1}=0{,}5(a_n-0{,}6)$$
$$u_{n+1}=0{,}5\,u_n$$

La suite (u_n) est donc géométrique de raison 0,5 de premier terme $u_1=a_1-0{,}6=a-0{,}6$

b) $u_n=u_1\times q^{n-1}$ = $(a-0{,}6)\times 0{,}5^{n-1}$ d'où

$$a_n-0{,}6=(a-0{,}6)\times(0{,}5)^{n-1}$$
$$a_n=(a-0{,}6)\times(0{,}5)^{n-1}+0{,}6$$

c) A la calculatrice, on peut constater que la limite de la suite a_n est de 0,6. Il est donc plus probable que le joueur soit sur le jeu de type A s'il s'adonne beaucoup aux jeux vidéos